



Observatório  
Nacional

Ministério da  
**Ciência, Tecnologia  
e Inovação**

Inversão magnética 3D para estimar a  
distribuição de magnetização de uma  
amostra de rocha

André Luis Albuquerque dos Reis

Rio de Janeiro

2016

INVERSÃO MAGNÉTICA 3D PARA ESTIMAR A DISTRIBUIÇÃO DE  
MAGNETIZAÇÃO DE UMA AMOSTRA DE ROCHA

André Luis Albuquerque dos Reis

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional/MCTI, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Ciências.

Orientador: Vanderlei Coelho de Oliveira  
Junior

Co-orientador: Elder Yokoyama

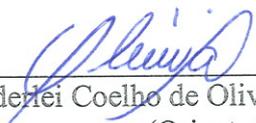
Rio de Janeiro  
Março de 2016

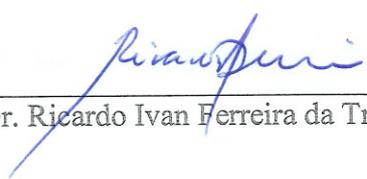
"INVERSÃO MAGNÉTICA 3D PARA ESTIMAR A DISTRIBUIÇÃO DE  
MAGNETIZAÇÃO DE UMA AMOSTRA DE ROCHA".

ANDRÉ LUIS ALBUQUERQUE DOS REIS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM GEOFÍSICA.

Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior – ON/MCTI  
(Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Ricardo Ivan Ferreira da Trindade –USP

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Cosme Ferreira da Ponte Neto – ON/MCTI

RIO DE JANEIRO – BRASIL

18 DE MARÇO DE 2016

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>3</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>13</b>
<b>2 Metodologia</b>	<b>17</b>
2.1 Vetor de dados observados . . . . .	17
2.2 Transformação do sistema de coordenadas local (SCL) para o sistema de coordenadas principal (SCP) . . . . .	19
2.3 Modelo interpretativo e modelagem direta . . . . .	20
2.4 Problema Inverso . . . . .	22
2.5 Pré-processamento . . . . .	24
<b>3 Simulações numéricas</b>	<b>27</b>
3.1 Simulações de amostras simples . . . . .	27
3.1.1 Simulação de amostras homogêneas por partes . . . . .	27
3.1.2 Simulação de amostras heterogêneas . . . . .	33
3.2 Simulação de uma crosta ferromanganesiana . . . . .	38
3.3 Simulação de uma amostra de espeleotema . . . . .	42
3.4 Distância sensor-amostra . . . . .	47
3.5 Amostra Discreta . . . . .	52
<b>4 Aplicação a dados reais produzidos por uma amostra de laboratório</b>	<b>56</b>
4.1 Preparação da amostra . . . . .	56
4.2 Aquisição de dados . . . . .	57
4.3 Resultados e comentários . . . . .	60
<b>5 Conclusões</b>	<b>63</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>65</b>

# Lista de Figuras

- 2.1 Representação esquemática de uma amostra de rocha retangular (prismas na cor cinza) com dimensões  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. A amostra pode ser representada por um conjunto de prismas que são justapostos ao longo do eixo  $x$  e possuem magnetização uniforme. (a) Visada superior, (b) frontal (eixo  $x$  entrando no plano do papel) e (c) lateral (eixo  $y$  saindo do plano do papel) da amostra. Este sistema de coordenadas Cartesianas possui origem no centro da amostra e é denominado sistema de coordenadas principal (SCP). . . . . 17
- 2.2 (a) Representação esquemática dos quatro planos de observação (planos em cinza claro) localizados ao redor da amostra (prismas em cinza). À direita, representação esquemática 2D dos quatro planos de observação (linhas pontilhadas) em torno do eixo  $x$  da amostra (retângulo cinza). Cada plano possui um índice  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  e está localizado a uma mesma distância  $h$  da superfície da amostra. (b) Sistema de coordenadas principal (Figura 2.1). (c), (d), (e) e (f) Sistemas de coordenadas dos dados magnéticos adquiridos, respectivamente, nos planos localizados acima, à direita, abaixo e à esquerda da amostra. Estes sistemas de coordenadas são denominados sistemas de coordenadas locais (SCL's). . . . . 18
- 2.3 Sistema de coordenadas que representa a direção de magnetização em cada um dos prismas.  $D^k$  é o valor (em graus) da declinação,  $I^k$  é o valor (em graus) da inclinação e  $\mathbf{m}^k$  é a intensidade de magnetização (em  $A/m$ ) do  $k$ -ésimo prisma,  $k = 1, \dots, P$ . . . . . 22

2.4	<p>Representação do desalinhamento durante a aquisição dos dados magnéticos. A figura mostra a projeção dos lados da amostra (retângulos abertos), bem como a projeção do centro da amostra no plano de observação (círculos pretos). <math>x'</math> e <math>y'</math> representam os eixos e o círculo aberto em (b) representa a origem do SCL. (a) Exemplo da situação em que não se tem o desalinhamento. (b) Exemplo de desalinhamento em que <math>\Delta x'</math> e <math>\Delta y'</math> são os deslocamentos da amostra em relação a origem do SCL e <math>\theta</math> é a rotação da amostra em relação ao SCL. (c) Posição correta da amostra após a correção. . . . .</p>	26
3.1	<p>Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética A (Tabela 3.1): (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra A e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média <math>\mu = 0</math> nT e desvio padrão <math>\sigma = 0,01</math> nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . .</p>	30
3.2	<p>Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética B (Tabela 3.2): (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra A e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média <math>\mu = 0</math> nT e desvio padrão <math>\sigma = 0,0001</math> nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . .</p>	31
3.3	<p>Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética A (Tabela 3.1). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas. . . . .</p>	32

3.4	Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética B (Tabela 3.2). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas. . . . .	32
3.5	Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética C (Tabela 3.3): (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra C e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média $\mu = 0$ nT e desvio padrão $\sigma = 260,0$ nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . . .	35
3.6	Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética D (Tabela 3.4): (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra D e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média $\mu = 0$ nT e desvio padrão $\sigma = 4,0$ nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . . .	36
3.7	Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética C (Tabela 3.3). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas. . . . .	37
3.8	Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética D (Tabela 3.4). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas. . . . .	37

3.9	<p>Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de crosta ferro-manganesiana.: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de crosta ferro-manganesiana e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média <math>\mu = 0</math> nT e desvio padrão <math>\sigma = 1,3</math> nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . . .</p>	40
3.10	<p>Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em <math>A/m</math>), inclinação (em <math>^\circ</math>) e declinação verdadeiros (em <math>^\circ</math>). . . . .</p>	41
3.11	<p>Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de espeleotema utilizando a equação 2.18. (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de espeleotema e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média <math>\mu = 0</math> nT e desvio padrão <math>\sigma = 0,07</math> nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . . .</p>	44
3.12	<p>Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de espeleotema utilizando o estimador regularizado (Equação 2.19). (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de espeleotema e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média <math>\mu = 0</math> nT e desvio padrão <math>\sigma = 0,07</math> nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . . .</p>	45
3.13	<p>Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em <math>A/m</math>), inclinação (em <math>^\circ</math>) e declinação verdadeiros (em <math>^\circ</math>). . . . .</p>	46

3.14	Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em $A/m$ ), inclinação (em $^\circ$ ) e declinação verdadeiros (em $^\circ$ ) utilizando o estimador regularizado.	47
3.15	Comparação entre os dados observados e os dados preditos pela amostra ferro-manganesiana. Neste teste, apenas os dados localizados no plano $\alpha = 0$ foram utilizados. (a) Dados produzidos pela amostra e contaminados com ruído (dados observados) sobre o plano $\alpha = 0$ , localizado a uma distância de $470 \mu m$ a partir da superfície da amostra. O ruído é Gaussiano, com média $\mu = 0$ nT e desvio padrão $\sigma = 1,8$ nT. (b) Dados preditos após a inversão. Na inversão, presumiu-se que o plano $\alpha = 0$ está localizado a uma distância de $370 \mu m$ acima da superfície da amostra. (c) Histograma normalizado dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.	48
3.16	Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de crosta ferro-manganesiana.: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de crosta ferro-manganesiana e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média $\mu = 0$ nT e desvio padrão $\sigma = 1,8$ nT. As distâncias $h$ (Figura 2.2) dos planos $\alpha = 0, 1, 2, 3$ são iguais a $470 \mu m$ , $500 \mu m$ , $250 \mu m$ e $300 \mu m$ , respectivamente. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. Todas as distâncias $h$ (Figura 2.2) foram consideradas iguais a $370 \mu m$ . (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.	49
3.17	Teste com apenas os dados localizados sobre o plano $\alpha = 0$ . Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em $A/m$ ), inclinação (em $^\circ$ ) e declinação verdadeiros (em $^\circ$ ).	50
3.18	Teste utilizando os dados sobre os quatro planos $\alpha = 0, 1, 2, 3$ ao redor da amostra. Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em $A/m$ ), inclinação (em $^\circ$ ) e declinação verdadeiros (em $^\circ$ ).	51

3.19	<p>Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra discreta.: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra discreta e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média <math>\mu = 0</math> nT e desvio padrão <math>\sigma = 73,0</math> nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão. . . . .</p>	54
3.20	<p>Teste com a amostra discreta. Projeção polar do vetor de magnetização verdadeiro (em azul) e estimado (em vermelho) para a amostra discreta. Acima está plotado o valor de direção preferencial dos grãos magnetizados. Abaixo está plotado a comparação entre o valor preferencial dos grãos e o valor estimado pela inversão. . . . .</p>	55
4.1	<p>Amostra real. (a) Quatro prismas que formam a amostra. As magnetizações destes prismas são aproximadamente paralelas ao plano vertical em cinza. (b) Magnetização dos prismas (setas) nos planos verticais mostrados em (a). (c) Amostra resultante da justaposição dos prismas magnetizados. Os números indicam o índice de cada um dos prismas, cuja magnetização é representada pelas setas. Os valores de inclinação e declinação são mostrados na Tabela 4.1. A amostra resultante está orientada segundo o SCP (Figura 2.1), com a origem do sistema sendo representada pelo círculo preto e os eixos <math>x</math> e <math>z</math> representados pelas setas finas. . . . .</p>	57
4.2	<p>Aplicação a dados reais. (a), (d), (g) e (j), dados observados produzidos pela amostra nos planos de observação <math>\alpha = 0, 1, 2, 3</math>, respectivamente. (b), (e), (h) e (k), dados preditos produzidos pela distribuição de magnetização estimada obtida pela inversão nos planos <math>\alpha = 0, 1, 2, 3</math>, respectivamente. (c), (f), (i) e (l), histogramas normalizados dos resíduos entre os dados preditos e os dados observados. Todos os valores estão em <math>\mu T</math>. . . . .</p>	59

4.3 Distribuição de magnetização estimada. (a) Intensidade, (b) inclinação e (c) declinação. As linhas contínuas (em preto) representam cada um dos prismas que formam a amostra. Os números indicam os índices de cada um destes prismas (Figura 4.1-c e Tabela 4.1). As linhas horizontais tracejadas (em preto) em (b) indicam os valores  $-90^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . As linhas horizontais tracejadas (em preto) em (c) indicam os valores  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Os valores estimados que são representados pelos triângulos em preto são considerados espúrios devido a possível precipitação da magnetita. . . . . 62

# Agradecimentos

A realidade é que sempre tive dificuldades de materializar em palavras todos os meus sentimentos. Talvez isso se torne mais latente nesse momento, no qual a emoção toma conta de tal forma que nós não conseguimos emitir uma só palavra e um filme passa por nossa cabeça. A primeira coisa que me vem à cabeça é o trecho de um livro chamado Ensaio autobiográfico, de Jorge Luis Borges. Ele escreveu essa obra quando já estava cego - obviamente com a ajuda de uma pessoa próxima a ele - e tinha 71 anos de idade.

*”(...) De algum modo, sinto a juventude mais próxima de mim hoje do que quando era um homem jovem. Não considero mais a felicidade inatingível, como eu acreditava tempos atrás. Agora sei que pode acontecer a qualquer momento, mas nunca se deve procurá-la. Quanto ao fracasso e à fama, parecem-me totalmente irrelevantes e não me preocupam. Agora o que procuro é a paz, o prazer do pensamento e a amizade. E ainda que pareça demasiado ambicioso, a sensação de amar e ser amado.”*

Gostaria de agradecer primeiramente à minha família - minha mãe Marinete, meu pai Descartes e minha irmã Fernanda - por todo apoio incondicional que me deram ao longo de todo esse tempo. Acredito que somente eles sabem o quanto lutei para transpor mais esse degrau. Amo vocês!

Agradeço ao meu orientador, Vanderlei, por todo apoio neste trabalho. As horas de conversas, em que 5 minutinhos se tornavam 2 horas, foram de extrema importância para mim. Junto a ele agradeço a todo pessoal do grupo PINGA (Problemas inversos em Geofísica), principalmente a professora Valéria por todas as dicas e revisões dos meus relatórios e seminários. Não esquecendo também do meu co-orientador, Elder Yokoyama, por todo apoio.

À todos os integrantes e ex-integrantes da sala 5.

Aos amigos da pós-graduação em Geofísica.

Aos membros da banca pela contribuição e revisão do meu trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

À todos os membros da COGE.

Obrigado por toda amizade!

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional/MCTI como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## INVERSÃO MAGNÉTICA 3D PARA ESTIMAR A DISTRIBUIÇÃO DE MAGNETIZAÇÃO DE UMA AMOSTRA DE ROCHA

André Luis Albuquerque dos Reis

Março/2016

Orientador: Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Co-orientador: Elder Yokoyama

Programa: Geofísica

Nas últimas décadas, o uso de técnicas de microscopia magnética por varredura tem crescido em áreas como o paleomagnetismo e o magnetismo de rocha. Diferentemente dos magnetômetros usuais, microscópios magnéticos produzem mapas de alta resolução da componente vertical do campo de indução magnética sobre a superfície de uma amostra. Estes dados de alta resolução podem ser utilizados para estimar a distribuição de magnetização interna de uma amostra de rocha através de inversão. Estudos anteriores estimaram a distribuição de magnetização invertendo dados magnéticos medidos somente em um plano acima da amostra. Neste trabalho apresentamos um novo método no domínio do tempo para inverter dados de indução magnética medidos sobre quatro planos ao redor da amostra. Presumimos que a distribuição de magnetização interna da amostra varia ao longo de um eixo. O método aproxima a amostra por um modelo interpretativo composto por um arranjo unidimensional de prismas retangulares com magnetização uniforme. As componentes Cartesianas do vetor magnetização de cada um destes prismas são os parâmetros que serão estimados resolvendo um problema inverso linear. Testes com dados sintéticos mostram a performance do método em recuperar complexas distribuições de magnetização mesmo na presença de heterogeneidades. Aplicamos também o método para inverter dados magnéticos adquiridos experimentalmente produzidos por uma amostra fabricada em laboratório. Os resultados mostram que, mesmo na aparente presença de ruído na posição do sensor do equipamento, o método foi capaz de recuperar uma distribuição de magnetização consistente com a magnetização remanente isotérmica na amostra.

Abstract of Dissertation presented to Observatório Nacional/MCTI as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## 3D MAGNETIC INVERSION TO ESTIMATE THE MAGNETIZATION DISTRIBUTION WITHIN A ROCK SAMPLE

André Luis Albuquerque dos Reis

March/2016

Advisor: Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Co-advisor: Elder Yokoyama

Department: Geophysics

Over the last decades, scanning magnetic microscopy techniques have been increasingly used in paleomagnetism and rock magnetism. Different from standard paleomagnetic magnetometers, scanning magnetic microscopes produce high-resolution maps of the vertical component of the magnetic induction field on a plane located over the sample. These high-resolution magnetic maps can be used for estimating the magnetization distribution within a rock sample by inversion. Previous studies have estimated the magnetization distribution within rock samples by inverting the magnetic data measured on a plane above the sample. Here we present a new spacial domain method for inverting the magnetic induction measured on four planes around the sample in order to retrieve its internal magnetization distribution. We have presumed that internal magnetization distribution of the sample varies along one of its axes. Our method approximates the sample geometry by an interpretation model composed of a one-dimensional array of juxtaposed rectangular prisms with uniform magnetization. The Cartesian components of the magnetization vector within each rectangular prism are the parameters to be estimated by solving linear inverse problem. Tests with synthetic data show the performance of our method in retrieving complex magnetization distribution even in the presence of magnetization heterogeneities. We have also applied our method to invert experimentally measured magnetic data produced by a highly-magnetized synthetic sample that was manufactured in laboratory. The results show that, even in the presence of apparent position noise, our method was able to retrieve magnetization distribution consistent with the isothermal remanence magnetization induced in the sample.

# Capítulo 1

## Introdução

O magnetismo fóssil medido nas rochas é chamado de *magnetização natural remanente* ou somente NRM (do inglês *Natural remanent magnetization*). O mecanismo pelo qual as rochas adquirem NRM depende do modo como elas foram formadas e o do seu histórico subsequente, bem como das características dos minerais contidos nelas. As aplicações do estudo da NRM em amostras de rocha são diversas, tais como: estudos sobre o movimento de placas litosféricas; registro das mudanças de direção e intensidade do campo geomagnético do passado e também estudos sobre o magnetismo de amostras extraterrestres (Collinson, 1983; Dunlop and Özdemir, 1997; McElhinny and McFadden, 2000).

Usualmente, a NRM de amostras de rocha é estimada a partir das medidas do campo de indução magnética gerado pelas mesmas e os equipamentos utilizados para isso são os magnetômetros. Um dos equipamentos utilizados em técnicas paleomagnéticas padrão é o magnetômetro spinner, que estima a magnetização de amostras em rotação. O princípio destes instrumentos é a geração de uma corrente alternada causada pela rotação contínua da amostra magnetizada no interior ou próximo a uma bobina ou a um sistema fluxgate (Collinson, 1983). O vetor de magnetização é determinado pela rotação em três eixos diferentes. Outro equipamento usual é o criogênico, que é um tipo de magnetômetro supercondutivo que começou a ser usado no início dos anos 70. Este magnetômetro também é conhecido como magnetômetro SQUID (*Superconducting Quantum Interference Device*). O princípio de operação deste magnetômetro se baseia na utilização de um anel supercondutor que é esfriado até uma determinada temperatura crítica na presença de um campo magnético dirigido ao longo do eixo do anel. A amostra é colocada perto deste sensor e, cada vez que há uma variação no campo magnético do anel, ocorre a indução de uma corrente na bobina e ela é proporcional ao campo gerado pela amostra (Collinson, 1983). Estes magnetômetros servem para estimar a magnetização *bulk* das amostras de rocha e servem de base para técnicas paleomagnéticas clássicas, que têm sido usadas há mais de 40 anos em pesquisas de magnetismo de

rocha, magnetoestratigrafia e reconstruções paleogeográficas (Van Der Voo, 1993).

As técnicas paleomagnéticas clássicas têm limitações na resolução espacial da distribuição de magnetização estimada em amostras de rocha. Para contornar estas limitações, novos métodos têm sido desenvolvidos ao longo das últimas décadas, dentre os quais se destaca o escaneamento de amostras com técnicas de Microscopia Magnética (Fu et al., 2014; Oda et al., 2011). Diferente dos magnetômetros usuais, os microscópios magnéticos produzem mapas de alta resolução da componente vertical do campo de indução em um plano localizado acima da amostra de rocha (Weiss et al., 2007b). Atualmente, os microscópios magnéticos mais sensíveis para aplicações em geociências são os scanners magnéticos supercondutores, que são denominados microscópios SQUID. Estes equipamentos, entretanto, são muito caros, difíceis de operar e requerem tecnologias específicas para manter o sensor em temperaturas criogênicas. Além disso, apresentam limitações na distância sensor-amostra  $\approx 100 \mu m$  (Baudenbacher et al., 2003; Fong et al., 2005). Apesar destas dificuldades, os sensores SQUID tem tido resultados satisfatórios em pesquisas paleomagnéticas (Fu et al., 2014; Gattacceca et al., 2006; Oda et al., 2011; Weiss et al., 2007b). Para contornar estes problemas técnicos, inúmeros esforços vem sendo desenvolvidos na elaboração de equipamentos com custo mais baixo e com performance similar à dos microscópios SQUID. Dentre estes novos microscópios magnéticos de alta sensibilidade estão aqueles que utilizam sensores de magneto-impedância (MI) (Uehara and Nakamura, 2007, 2008), magnetoresistência gigante (GMR) (Hankard et al., 2009) e tunelamento magnético (MTJ) (Lima et al., 2014). Comparados aos sensores SQUID, eles são menos sensíveis. Por outro lado, eles operam em temperatura ambiente e, em geral, conseguem reduzir a distância sensor-amostra, portanto, podem atingir alta resolução espacial.

Em geral, as técnicas paleomagnéticas clássicas dividem a amostra de rocha em pequenas partes e estimam a magnetização (bulk) destas pequenas partes. Em contrapartida, a microscopia magnética permite a caracterização da magnetização por meio da inversão de dados magnéticos de alta resolução adquiridos ao redor da amostra.

As técnicas de microscopia magnética podem fornecer grandes conjuntos de dados, o que torna necessário a aplicação de algoritmos computacionais eficientes para caracterizar a magnetização das amostras. Sabe-se que problemas inversos com intuito de estimar a distribuição de magnetização de amostras planares ou 3D (tais como amostras cilíndricas e retangulares) não possuem unicidade, isto é, infinitas distribuições de magnetização reproduzem o mesmo conjunto de dados observados. Além disso, os dados magnéticos são sempre contaminados com ruído e as medidas geradas pelo sensor magnético tem sensibilidade limitada (Baratchart et al., 2013; Egli and Heller, 2000; Lima et al., 2013), o que contribui para o mal condiciona-

mento do problema inverso. Este mal condicionamento pode ser contornado, por exemplo, introduzindo informações *a priori* sobre a distribuição de magnetização ou otimizando a geometria de aquisição de dados. A introdução de informação a priori visando restringir as possíveis distribuições de magnetização é chamada, geralmente, de regularização (Aster et al., 2005; Tikhonov and Arsenin, 1977).

Em estudos paleomagnéticos a microscopia magnética estima, em geral, a distribuição de magnetização em amostras planares. O método pioneiro de Egli and Heller (2000) é formulado no domínio do número de onda e recupera a componente de magnetização que é perpendicular ao plano da amostra. Estes autores adaptaram o método proposto por Mareschal (1985) e formularam o problema como uma deconvolução bidimensional, que é resolvido aplicando FFT. Seguindo uma abordagem similar, Lima et al. (2013) apresentaram um método que permite estimar a intensidade de magnetização em uma amostra de rocha planar. O método desenvolvido por Lima et al. (2013) também utiliza métodos de processamento de sinal bidimensional para regularizar o problema inverso. Weiss et al. (2007a), seguiram uma abordagem diferente, formulada no domínio do espaço, que aproxima a amostra planar por um conjunto discreto de dipolos. Este método é uma adaptação da técnica chamada de camada equivalente, que é muito conhecida em métodos potenciais (Barnes and Lumley, 2011; Cordell, 1992; Dampney, 1969; Emilia, 1973; Guspí and Novara, 2009; Hansen and Miyazaki, 1984; Kara et al., 2014; Leão and Silva, 1989; Li et al., 2014; Li and Oldenburg, 2010; Mendonça, 1992; Oliveira Jr. et al., 2013; Silva, 1986; Von Frese et al., 1981). O estudo desenvolvido por Weiss et al. (2007a) foi o primeiro a utilizar uma técnica para inverter dados de microscopia magnética no domínio do espaço. Usui et al. (2012) apresentou um método híbrido que combina técnicas no domínio do espaço e no domínio do número de onda. Eles caracterizaram uma amostra de rocha planar como uma média ponderada de acordo com a formulação de Backus e Gilbert. A fim de contornar o problema de custo computacional do método de Backus e Gilbert, Usui et al. (2012) propôs o método de subtração de médias otimamente localizadas (do inglês *Subtractive optimally localized averages method*). Este método aproxima o cálculo das matrizes utilizando FFT, mas não transforma os dados magnéticos para o domínio de Fourier.

Este trabalho propõe uma nova metodologia, formulada no domínio do espaço, para inverter dados magnéticos de alta resolução medidos sobre quatro planos ortogonais ao redor de uma amostra de rocha em formato de prisma retangular. Nosso método aproxima a amostra de rocha por um modelo interpretativo formado por um conjunto de prismas com magnetização uniforme, justapostos ao longo de uma direção. O número de prismas que compõe o modelo interpretativo é especificado pelo intérprete e as componentes Cartesianas do vetor de magnetização de cada um dos prismas retangulares são os parâmetros a serem estimados resolvendo-se um

problema inverso linear.

Resultados obtidos com simulações numéricas mostram não só a boa performance do método em casos ideais, mas também como estimar o desempenho do método quando há erros na distância sensor-amostra e a presença de grãos fortemente magnetizados no interior da amostra. Foram feitos testes com dados sintéticos simulando uma amostra de crosta ferromanganesiana e uma amostra de espeleotema com distribuições de magnetização baseadas em amostras geológicas. Os resultados confirmam o bom desempenho do método e sugerem que este pode ser utilizado para estimar a distribuição de magnetização de amostras de rocha reais. O método também foi aplicado para inverter dados magnéticos medidos com um sensor de efeito Hall e produzidos por uma amostra sintética feita em laboratório. Os resultados mostram que o nosso método é capaz de estimar uma distribuição de magnetização consistente com a IRM induzida na amostra, mesmo utilizando-se um conjunto de dados contaminados com ruído na posição do sensor.

# Capítulo 2

## Metodologia

### 2.1 Vetor de dados observados

Considere uma amostra de rocha retangular e com magnetização variável (Figura 2.1). A amostra possui lados com comprimentos iguais a  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  ao longo, respectivamente, dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  de um sistema de coordenadas Cartesianas (Figura 2.1), cuja origem coincide com o centro da mesma. Este sistema de coordenadas é convenientemente chamado de sistema de coordenadas principal, ou somente SCP. Consideramos que a distribuição de magnetização varia ao longo do eixo  $x$  de SCP. Esta amostra produz um campo de indução magnética que pode ser medido em quatro planos ortogonais (Figura 2.2) ao redor da mesma. Cada plano é representado por um índice  $\alpha = 0, \dots, 3$  (Figura 2.2-b) e está localizado sempre a uma mesma distância  $h$  da superfície da amostra.

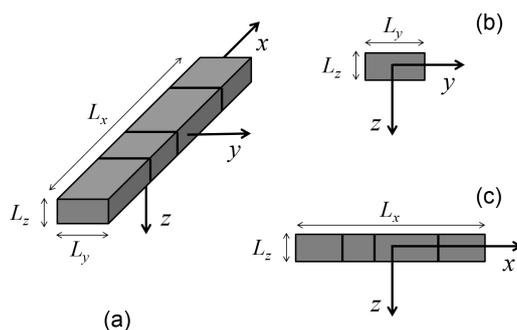


Figura 2.1: Representação esquemática de uma amostra de rocha retangular (prismas na cor cinza) com dimensões  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. A amostra pode ser representada por um conjunto de prismas que são justapostos ao longo do eixo  $x$  e possuem magnetização uniforme. (a) Visada superior, (b) frontal (eixo  $x$  entrando no plano do papel) e (c) lateral (eixo  $y$  saindo do plano do papel) da amostra. Este sistema de coordenadas Cartesianas possui origem no centro da amostra e é denominado sistema de coordenadas principal (SCP).

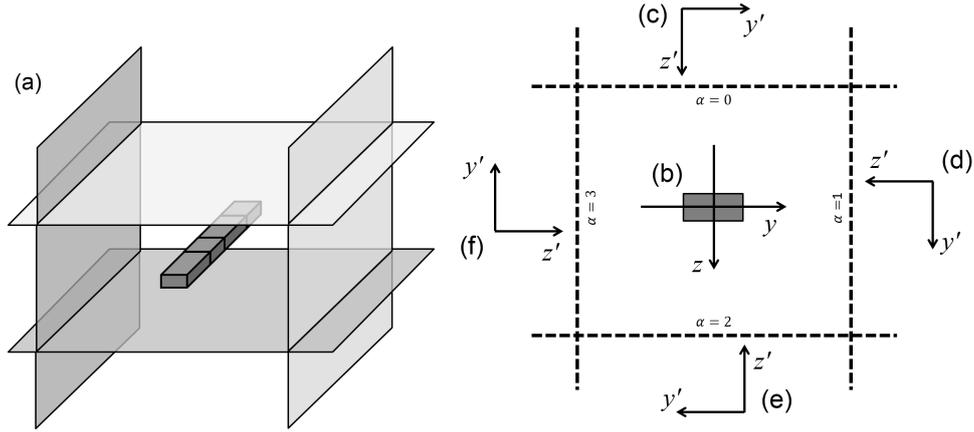


Figura 2.2: (a) Representação esquemática dos quatro planos de observação (planos em cinza claro) localizados ao redor da amostra (prismas em cinza). À direita, representação esquemática 2D dos quatro planos de observação (linhas pontilhadas) em torno do eixo  $x$  da amostra (retângulo cinza). Cada plano possui um índice  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  e está localizado a uma mesma distância  $h$  da superfície da amostra. (b) Sistema de coordenadas principal (Figura 2.1). (c), (d), (e) e (f) Sistemas de coordenadas dos dados magnéticos adquiridos, respectivamente, nos planos localizados acima, à direita, abaixo e à esquerda da amostra. Estes sistemas de coordenadas são denominados sistemas de coordenadas locais (SCL's).

Considere que, sobre cada plano de observação, há um número  $N$  de medidas da componente da indução magnética perpendicular ao plano (linhas pontilhadas na Figura 2.2). Observe que, sobre os planos  $\alpha = 0$  e  $\alpha = 2$ , são feitas medidas da componente  $z$  (referida ao SCP descrito na Figura 2.1) da indução magnética produzida pela amostra. Já nos planos  $\alpha = 1$  e  $\alpha = 3$ , são feitas medidas da componente  $y$  (referida ao SCP descrito na Figura 2.1). As observações sobre cada plano são agrupadas em um vetor  $\mathbf{d}_\beta^\alpha$  de dimensão  $N \times 1$ , cujo  $i$ -ésimo elemento é a componente  $\beta = y, z$  do campo de indução produzido pela amostra no ponto  $(x_i^\alpha, y_i^\alpha, z_i^\alpha)$  localizado sobre o plano  $\alpha$ , em que  $i = 1, \dots, N$ . Os vetores provenientes dos quatros planos são agrupados, por conveniência, no vetor de dados observados  $\mathbf{d}^o$  definido abaixo:

$$\mathbf{d}^o = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_z^0 \\ \mathbf{d}_y^1 \\ \mathbf{d}_z^2 \\ \mathbf{d}_y^3 \end{bmatrix}_{4N \times 1}. \quad (2.1)$$

## 2.2 Transformação do sistema de coordenadas local (SCL) para o sistema de coordenadas principal (SCP)

Tanto as coordenadas Cartesianas quanto as componentes do campo de indução no vetor de dados observados  $\mathbf{d}^o$  (Equação 2.1) estão referidas ao SCP (Figura 2.2). Contudo, as medidas são tomadas em um sistema de coordenadas diferente, denominado sistema de coordenadas local (SCL), sobre cada um dos planos de observação (Figura 2.2 c-f). As coordenadas e as componentes da indução magnética referidas aos SCL's devem ser convertidas para o SCP (Figura 2.2-b). As medidas em cada plano são obtidas em diferentes SCL's porque os sensores magnéticos medem a componente vertical do campo de indução produzido pela amostra em um plano acima dela. Por esta razão, os dados magnéticos tomados nos quatro planos de observação (Figura 2.2) são obtidos através de sucessivas rotações com intervalo de  $90^\circ$  em torno do eixo  $x$  da amostra (Figura 2.1). Repetindo este procedimento e mantendo uma mesma distância  $h$  entre os planos de observação e a superfície da amostra, é possível obter a indução nos quatro planos de observação (Figura 2.2). O eixo  $x'$  de cada SCL em cada plano de observação coincide com o eixo  $x$  do SCP.

A tabela 2.1 mostra como são feitas as transformações das quantidades referidas aos SCL's para as respectivas quantidades no SCP. Considere, por exemplo, as medidas obtidas no plano de observação  $\alpha = 1$ . De acordo com esta tabela, a componente  $z'$  medida corresponde a componente  $y$  do campo de indução que seria medido no SCP, o oposto das coordenadas Cartesianas ao longo de  $z'$  corresponde as coordenadas Cartesianas ao longo do eixo  $y$  no SCP e, por fim, as coordenadas Cartesianas ao do eixo  $y'$  correspondem as coordenadas Cartesianas ao longo do eixo  $z$  do SCP. As outras linhas da tabela 2.1 contém as relações usadas para converter os dados obtidos nos outros planos de observação. Vale lembrar que as quantidades referidas com ( $'$ ) são referidas ao SCL e todas as quantidades sem ( $'$ ) são referidas ao SCP.

Tabela 2.1: Transformação das coordenadas Cartesianas e das componentes do campo de indução entre os SCL's e o SCP para cada plano de observação  $\alpha$  (2.2)

	<i>Coordenada Cartesiana</i>		<i>Componente do campo</i>	
$\alpha$	$y$	$z$	$y$	$z$
0	$y'$	$z'$	–	$z'$
1	$-z'$	$y'$	$-z'$	–
2	$-y'$	$-z'$	–	$-z'$
3	$z'$	$-y'$	$z'$	–

## 2.3 Modelo interpretativo e modelagem direta

A amostra de rocha é aproximada por um modelo interpretativo formado por  $P$  prismas retangulares, justapostos ao longo do seu eixo  $x$  e uniformemente magnetizados. O  $k$ -ésimo prisma,  $k = 1, \dots, P$ , tem o mesmo comprimento  $L_y$  e  $L_z$  ao longo dos eixos  $y$  e  $z$ , respectivamente, da amostra (Figura 2.1). O comprimento do modelo interpretativo ao longo do eixo  $x$  depende do número de prismas e é definido pelo intérprete. Ou seja, a soma do comprimento dos prismas ao longo do eixo  $x$  é igual ao comprimento total  $L_x$  (Figura 2.1).

O vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$ , de dimensão  $3P \times 1$ , contém as componentes Cartesianas do vetor magnetização (em  $A/m$ ) de cada prisma que compõe o modelo interpretativo e é escrito como

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{m}^P \end{bmatrix}_{3P \times 1}, \quad (2.2)$$

em que

$$\mathbf{m}^k = \begin{bmatrix} m_x^k \\ m_y^k \\ m_z^k \end{bmatrix}_{3 \times 1}, \quad k = 1, \dots, P, \quad (2.3)$$

é um vetor que contém as componentes Cartesianas  $m_x^k$ ,  $m_y^k$  e  $m_z^k$  da magnetização do  $k$ -ésimo prisma.

Os valores das componentes  $\beta$ ,  $\beta = y, z$ , do campo (em  $nT$ ) gerado pelo  $k$ -ésimo prisma nos pontos  $(x_i^\alpha, y_i^\alpha, z_i^\alpha)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , localizados sobre os planos de observação  $\alpha$ ,  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  são agrupados em vetores de dimensão  $N \times 1$  definidos como

$$\mathbf{b}_\beta(\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{y}^\alpha, \mathbf{z}^\alpha, \mathbf{m}^k) = \mathbf{M}_\beta^k(\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{y}^\alpha, \mathbf{z}^\alpha) \mathbf{m}^k, \quad (2.4)$$

em que

$$\mathbf{M}_\beta^k(\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{y}^\alpha, \mathbf{z}^\alpha) = \begin{bmatrix} \partial_{\beta x} \phi^k(x_1^\alpha, y_1^\alpha, z_1^\alpha) & \partial_{\beta y} \phi^k(x_1^\alpha, y_1^\alpha, z_1^\alpha) & \partial_{\beta z} \phi^k(x_1^\alpha, y_1^\alpha, z_1^\alpha) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial_{\beta x} \phi^k(x_N^\alpha, y_N^\alpha, z_N^\alpha) & \partial_{\beta y} \phi^k(x_N^\alpha, y_N^\alpha, z_N^\alpha) & \partial_{\beta z} \phi^k(x_N^\alpha, y_N^\alpha, z_N^\alpha) \end{bmatrix}_{N \times 3}, \quad (2.5)$$

é uma matriz cujos elementos são as derivadas segundas da função

$$\phi^k(x, y, z) = \frac{\mu_0 10^9}{4\pi} \iiint_{v^k} \frac{dv^k}{\sqrt{(x - \epsilon)^2 + (y - \zeta)^2 + (z - \xi)^2}}, \quad (2.6)$$

em relação às variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,  $v^k$  é o volume do  $k$ -ésimo prisma do modelo interpretativo e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo. Os vetores  $\mathbf{x}^\alpha$ ,  $\mathbf{y}^\alpha$  e  $\mathbf{z}^\alpha$  contêm, respectivamente, as coordenadas Cartesianas  $x_i^\alpha$ ,  $y_i^\alpha$  e  $z_i^\alpha$ ,  $i = 1, \dots, N$ , dos pontos de observação sobre os planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ . As derivadas segundas contidas na matriz  $\mathbf{M}_\beta^k(\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{y}^\alpha, \mathbf{z}^\alpha)$  (Eq. 2.4) são calculadas segundo o método proposto por Nagy et al. (2000).

A partir da Eq. 2.3, definimos os vetores  $N \times 1$   $\mathbf{B}_\beta^\alpha(\mathbf{m})$  que contêm a resultante do campo produzido por todos os prismas do modelo interpretativo sobre os planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ . Estes vetores são dados por:

$$\mathbf{B}_\beta^\alpha(\mathbf{m}) = \sum_{k=1}^P \mathbf{b}_\beta^k(\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{y}^\alpha, \mathbf{z}^\alpha, \mathbf{m}^k). \quad (2.7)$$

Os vetores  $\mathbf{B}_\beta^\alpha(\mathbf{m})$  (Eq. 2.6) são agrupados de forma conveniente para formar o vetor de dados preditos dados por:

$$\mathbf{B}(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_z^0(\mathbf{m}) \\ \mathbf{B}_y^1(\mathbf{m}) \\ \mathbf{B}_z^2(\mathbf{m}) \\ \mathbf{B}_y^3(\mathbf{m}) \end{bmatrix}_{4N \times 1}. \quad (2.8)$$

Substituindo a Eq. 2.4 na Eq. 2.7 e rearranjando os termos dentro do somatório, podemos reescrever o vetor  $\mathbf{B}(\mathbf{m})$  como

$$\mathbf{B}(\mathbf{m}) = \mathbf{M}\mathbf{m}, \quad (2.9)$$

em que  $\mathbf{M}$  é igual a

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_z^1(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0, \mathbf{z}^0) & \dots & \mathbf{M}_z^P(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0, \mathbf{z}^0) \\ \mathbf{M}_y^1(\mathbf{x}^1, \mathbf{y}^1, \mathbf{z}^1) & \dots & \mathbf{M}_y^P(\mathbf{x}^1, \mathbf{y}^1, \mathbf{z}^1) \\ \mathbf{M}_z^1(\mathbf{x}^2, \mathbf{y}^2, \mathbf{z}^2) & \dots & \mathbf{M}_z^P(\mathbf{x}^2, \mathbf{y}^2, \mathbf{z}^2) \\ \mathbf{M}_y^1(\mathbf{x}^3, \mathbf{y}^3, \mathbf{z}^3) & \dots & \mathbf{M}_y^P(\mathbf{x}^3, \mathbf{y}^3, \mathbf{z}^3) \end{bmatrix}_{4N \times 3P} \quad (2.10)$$

e as matrizes  $\mathbf{M}_\beta^k(\mathbf{x}^\alpha, \mathbf{y}^\alpha, \mathbf{z}^\alpha)$ ,  $k = 1, \dots, P$ ,  $\beta = y, z$ ,  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ , são definidas na Eq. 2.5. A matriz  $\mathbf{M}$  é chamada matriz de sensibilidade.

É comum representarmos o vetor magnetização em função da intensidade de magnetização (em  $A/m$ ), declinação (em graus) e inclinação (em graus). Contudo, o método desenvolvido neste trabalho estima as coordenadas Cartesianas  $m_x^k$ ,  $m_y^k$  e  $m_z^k$  (Eq. 2.3) da magnetização de cada prisma do modelo interpretativo.

O vetor magnetização do  $k$ -ésimo prisma do modelo interpretativo,  $k = 1, \dots, P$ , pode ser representado em função de sua intensidade  $m^k$ , declinação  $D^k$  e inclinação  $I^k$  (Figura 2.3) da seguinte forma:

$$\mathbf{m}^k = m^k \begin{bmatrix} \cos I^k \cos D^k \\ \cos I^k \sin D^k \\ \sin I^k \end{bmatrix}_{3 \times 1}, \quad (2.11)$$

em que

$$m^k = \sqrt{(m_x^k)^2 + (m_y^k)^2 + (m_z^k)^2}, \quad (2.12)$$

$$D^k = \arctan \left( \frac{m_y^k}{m_x^k} \right), \quad (2.13)$$

e

$$I^k = \arctan \left( \frac{m_z^k}{\sqrt{m_x^{k2} + m_y^{k2}}} \right). \quad (2.14)$$

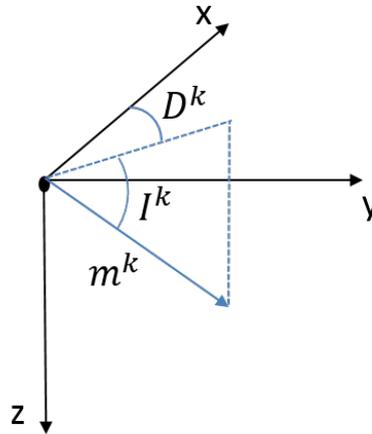


Figura 2.3: Sistema de coordenadas que representa a direção de magnetização em cada um dos prismas.  $D^k$  é o valor (em graus) da declinação,  $I^k$  é o valor (em graus) da inclinação e  $m^k$  é a intensidade de magnetização (em  $A/m$ ) do  $k$ -ésimo prisma,  $k = 1, \dots, P$ .

## 2.4 Problema Inverso

Dentre as infinitas distribuições internas de magnetização que o modelo interpretativo pode ter, cada uma representada por um vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  (Equação 2.2)

diferente, considere aquela que produz o vetor de dados preditos  $\mathbf{B}(\mathbf{m})$  (Equações 2.7 e 2.9) o mais próximo possível do vetor de dados observados  $\mathbf{d}^o$  (Equação 2.1). Espera-se que tal distribuição de magnetização, representada por um vetor de parâmetros  $\mathbf{m}^\sharp$ , seja próxima da distribuição de magnetização da amostra de rocha. Matematicamente, espera-se que o vetor de resíduos entre o vetor de dados preditos produzido pelo vetor  $\mathbf{m}^\sharp$  e o vetor de dados observados seja próximo ao vetor nulo. O vetor de resíduos produzido por um vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  (Equação 2.8) qualquer é

$$\mathbf{r} = \mathbf{d}^o - \mathbf{B}(\mathbf{m}) \quad (2.15)$$

Uma forma de quantificar a proximidade entre os vetores de dados observados e preditos é por meio da função de ajuste, que é definida a partir do vetor de resíduos  $\mathbf{r}$  (Equação 2.15) como:

$$\psi(\mathbf{m}) = \mathbf{r}^T \mathbf{r} = [\mathbf{d}^o - \mathbf{B}(\mathbf{m})]^T [\mathbf{d}^o - \mathbf{B}(\mathbf{m})] , \quad (2.16)$$

que é igual ao quadrado da Norma Euclidiana entre o vetor de dados preditos e o vetor de dados observados. Dessa forma, estimar o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}^\sharp$  que produz o vetor de dados preditos mais próximo ao vetor de dados observados é equivalente a estimar o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}^\sharp$  que minimiza a função  $\psi(\mathbf{m})$  (Equação 2.16). O vetor de parâmetros  $\mathbf{m}^\sharp$  que minimiza esta função (eq. 2.16) satisfaz a seguinte condição:

$$\nabla\psi(\mathbf{m}^\sharp) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} , \quad (2.17)$$

em que  $\nabla\psi(\mathbf{m}^\sharp)$  representa o vetor gradiente da função  $\psi(\mathbf{m})$  (Equação 2.16), avaliado em  $\mathbf{m}^\sharp$ . Calculando-se o vetor gradiente  $\nabla\psi(\mathbf{m}^\sharp)$  (Equação 2.17) e igualando o resultado ao vetor nulo obtemos a seguinte equação:

$$\mathbf{m}^\sharp = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{d}^o , \quad (2.18)$$

que é o estimador de mínimos quadrados para o vetor  $\mathbf{m}^\sharp$ . A equação 2.18 possibilita estimar as componentes Cartesianas dos vetores de magnetização em todos os  $P$  prismas que compõem o modelo interpretativo. A equação 2.18 não possui regularização. A regularização é um procedimento matemático que impõe restrições aos parâmetros a serem estimados com o intuito de contornar problemas de instabilidade e falta de unicidade da solução do problema inverso. Estas restrições são um modo de introduzir informações a priori no problema inverso, tal como, por exem-

plo, considerar que a distribuição de magnetização ao longo da amostra de rocha se comporta de maneira "suave". Ou seja, esta informação a priori inibe a existência de mudanças abruptas entre parâmetros espacialmente adjacentes, que no nosso caso são as coordenadas Cartesianas do vetor magnetização em cada região da amostra. A equação 2.18 na forma regularizada pode ser escrita como

$$\mathbf{m}^\# = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \mu_0 \mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{d}^o, \quad (2.19)$$

em que  $\mu_0$  é um escalar positivo denominado parâmetro de regularização e a matriz  $\mathbf{R}$  é uma matriz formada por elementos 1 e -1. A imposição desta informação a priori sobre a suavidade da solução do problema inverso, representada pelo termo  $\mu_0 \mathbf{R}^T \mathbf{R}$ , é denominada "regularização de Tikhonov de ordem 1" ou "vínculo de suavidade" (Aster et al., 2005). Por exemplo, se tivermos uma amostra formada com dois prismas ( $P = 2$ ), a matriz  $\mathbf{R}$  será igual a

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{3P-3 \times 3P}. \quad (2.20)$$

De forma geral, a matriz  $\mathbf{R}$  possui  $3P - 3$  linhas,  $\times 3P$  colunas e seus elementos são definidos como:

$$[\mathbf{R}]_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ -1, & j = i + 3 \end{cases}, \quad (2.21)$$

em que os demais elementos são todos nulos.

## 2.5 Pré-processamento

O método desenvolvido neste trabalho presume que os lados da amostra sejam paralelos eixos  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  dos SCL's (Figuras 2.2 b-f) e também o centro da amostra esteja posicionado abaixo da origem dos SCL's. Porém, estas condições não são necessariamente satisfeitas em situações práticas. A Figura 2.4-a mostra a situação em que estas condições são satisfeitas. Por outro lado, a Figura 2.4-b mostra a situação em que há um desalinhamento entre o centro de um SCL (circulo aberto) e a projeção do centro de coordenadas da amostra no plano de observação (circulo preto na figura). Neste caso, é necessário realizar uma correção nas coordenadas  $\tilde{x}'$  e  $\tilde{y}'$  dos dados magnéticos no plano de observação com respeito a amostra para assim posicionarmos a amostra de acordo com a figura 2.4-a. A Figura 2.4-c mostra o caso em que esta correção é aplicada de forma apropriada. Esta correção deverá ser efetuada para os quatro planos de observação.

Para cada um dos planos chamaremos de  $x'_c$  e  $y'_c$  as coordenadas horizontais do

centro do plano de observação, representado pelo círculo aberto na Figura 2.4. A correção a ser aplicada nas coordenadas horizontais  $\tilde{x}'$  e  $\tilde{y}'$  dos dados magnéticos é representada pela seguinte transformação:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} \tilde{x}' - x'_c \\ \tilde{y}' - y'_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_c \\ y'_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

em que  $\Delta x'$  e  $\Delta y'$  são os deslocamentos horizontais do centro da amostra em relação ao centro do plano de observação (Figura 2.4-b),

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

e  $\theta$  (Figura 2.4) é o ângulo entre os lados da amostra e os eixos horizontais  $x'$  e  $y'$  do respectivo SCL. Esta transformação deverá ser realizada para os quatro planos de observação. Vale lembrar que a transformação descrita pelas equações 2.22 e 2.23 requer o conhecimento acerca dos deslocamentos  $\Delta x'$  e  $\Delta y'$  e do ângulo  $\theta$ . Na prática, esses valores são obtidos através de tentativa e erro. Finalmente, para cada plano de observação, é subtraído dos dados magnéticos um valor médio devido ao efeito de um possível campo interferente.

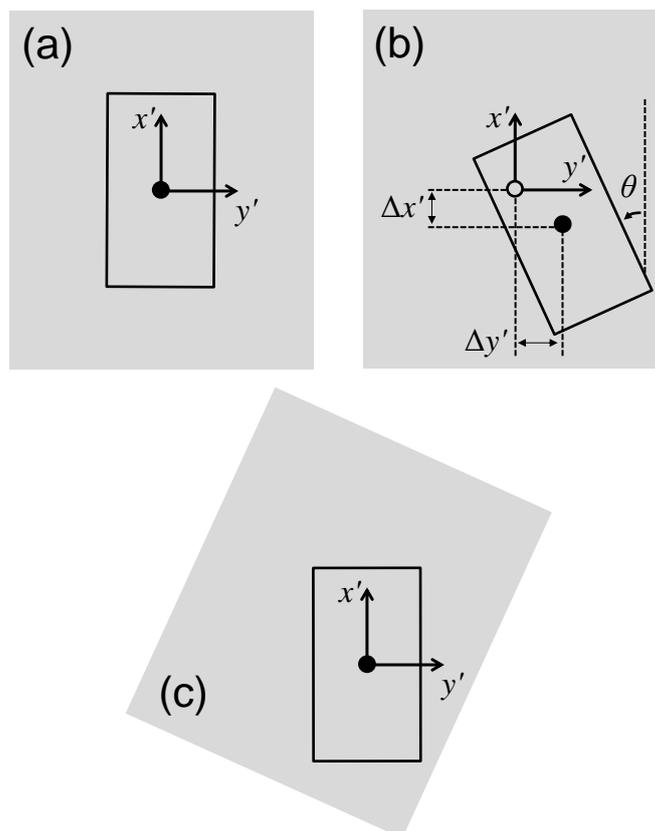


Figura 2.4: Representação do desalinhamento durante a aquisição dos dados magnéticos. A figura mostra a projeção dos lados da amostra (retângulos abertos), bem como a projeção do centro da amostra no plano de observação (círculos pretos).  $x'$  e  $y'$  representam os eixos e o círculo aberto em (b) representa a origem do SCL. (a) Exemplo da situação em que não se tem o desalinhamento. (b) Exemplo de desalinhamento em que  $\Delta x'$  e  $\Delta y'$  são os deslocamentos da amostra em relação a origem do SCL e  $\theta$  é a rotação da amostra em relação ao SCL. (c) Posição correta da amostra após a correção.

# Capítulo 3

## Simulações numéricas

### 3.1 Simulações de amostras simples

Esta seção apresenta os resultados provenientes da aplicação do método desenvolvido neste trabalho para inverter dados sintéticos produzidos por amostras simples. O primeiro conjunto de testes (Subseção 3.1.1) simula amostras que são homogêneas por partes e possuem baixa intensidade de magnetização. Já o segundo conjunto de testes (Subseção 3.1.2) simula amostras que possuem intensidade de magnetização mais alta e também a presença de grãos fortemente magnetizados dispostos aleatoriamente ao longo da amostra.

As quatro amostras sintéticas utilizadas nas Subseções 3.1.1 e 3.1.2 são compostas por quatro prismas cúbicos, uniformemente magnetizados e justapostos ao longo do eixo  $x$  do SCP (Figura 2.2). Cada prisma tem aresta igual a 5 mm, tal que todas as amostras têm dimensões  $L_x = 20$  mm,  $L_y = 5$  mm e  $L_z = 5$  mm ao longo, respectivamente, dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do SCP. Os dados produzidos por todas as amostras foram calculados, em cada plano de observação  $\alpha$  (Figura 2.2), sobre uma grade regularmente espaçada de  $102 \times 42$  pontos ( $N = 4284$ ) ao longo dos eixos  $x$  e  $y/z$ , respectivamente. A distância  $h$  entre todos os planos de observação e a superfície da amostra é igual a  $500 \mu m$ .

#### 3.1.1 Simulação de amostras homogêneas por partes

Nesta subseção são apresentados os resultados obtidos ao aplicar o método proposto nesta dissertação para estimar a distribuição interna de magnetização de duas amostras (amostras A e B) com baixa intensidade de magnetização. Estas amostras simulam rochas com baixa concentração de minerais ferrimagnéticos, tais como rochas sedimentares e espeleotemas (Collinson, 1983; Dunlop and Özdemir, 1997; Lascu and Feinberg, 2011; Osete et al., 2012; Perkins and Maher, 1993; Strauss et al., 2013).

Os valores de intensidade de magnetização, inclinação e declinação ao longo das amostras A e B são mostrados nas Tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente.

Tabela 3.1: Parâmetros que descrevem a magnetização ao longo da amostra A.

Prisma	Intensidade (A/m)	Inclinação (°)	Declinação (°)
1	$3 \times 10^{-4}$	90	0
2	$3 \times 10^{-4}$	-70	40
3	$3 \times 10^{-4}$	50	30
4	$3 \times 10^{-4}$	-30	10

Tabela 3.2: Parâmetros que descrevem a magnetização ao longo da amostra B.

Prisma	Intensidade (A/m)	Inclinação (°)	Declinação (°)
1	$3 \times 10^{-6}$	90	0
2	$3 \times 10^{-6}$	-70	40
3	$3 \times 10^{-6}$	50	30
4	$3 \times 10^{-6}$	-30	10

Os dados gerados pela amostra A nos quatro planos de observação foram contaminados com um ruído Gaussiano de média  $\mu = 0$ , desvio padrão  $\sigma = 0,01 nT$  (aproximadamente 10% do valor máximo do campo de indução gerado pela amostra) e são mostrados nas Figuras 3.1a, 3.1d, 3.1e e 3.1j . Similarmente, os dados gerados pela amostra B nos quatro planos de observação foram contaminados com um ruído Gaussiano de média  $\mu = 0$ , desvio padrão  $\sigma = 0,0001 nT$  e são mostrados nas Figuras 3.2a, 3.2d, 3.2e e 3.2j . Estes conjuntos de dados contaminados com ruído simulam medidas que seriam obtidas de forma experimental e, por conveniência, são denominados “dados observados”.

O método proposto neste trabalho foi aplicado aos dados produzidos pelas amostras A (Figuras 3.1a, d, e e j) e B (Figuras 3.2a, d, e e j) com o intuito de estimar a distribuição de magnetização das mesmas, utilizando a equação 2.18. A Figura 3.1 mostra os dados observados, os dados preditos após a inversão e os histogramas dos resíduos referentes ao teste sintético com a amostra A (Tabela 3.1). O histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados observados e os dados preditos pelo modelo interpretativo, apresenta valores de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  aproximadamente iguais aos valores do ruído Gaussiano adicionado aos dados ( $\mu = 0 nT$  e  $\sigma = 0,01 nT$ ), mostrando que os parâmetros estimados pela inversão produziram

um ajuste aceitável. Analogamente, a Figura 3.2 mostra que os parâmetros estimados no teste com a amostra sintética B (Tabela 3.2) também produziram um ajuste aceitável. As Figuras 3.3 e 3.4 mostram a comparação entre os valores verdadeiros e estimados de inclinação e declinação. Podemos ver que os valores estimados estão bem próximos aos valores verdadeiros, mostrando o bom desempenho do método desenvolvido neste trabalho em recuperar a distribuição de magnetização em amostras simples, mas com intensidade de magnetização baixa.

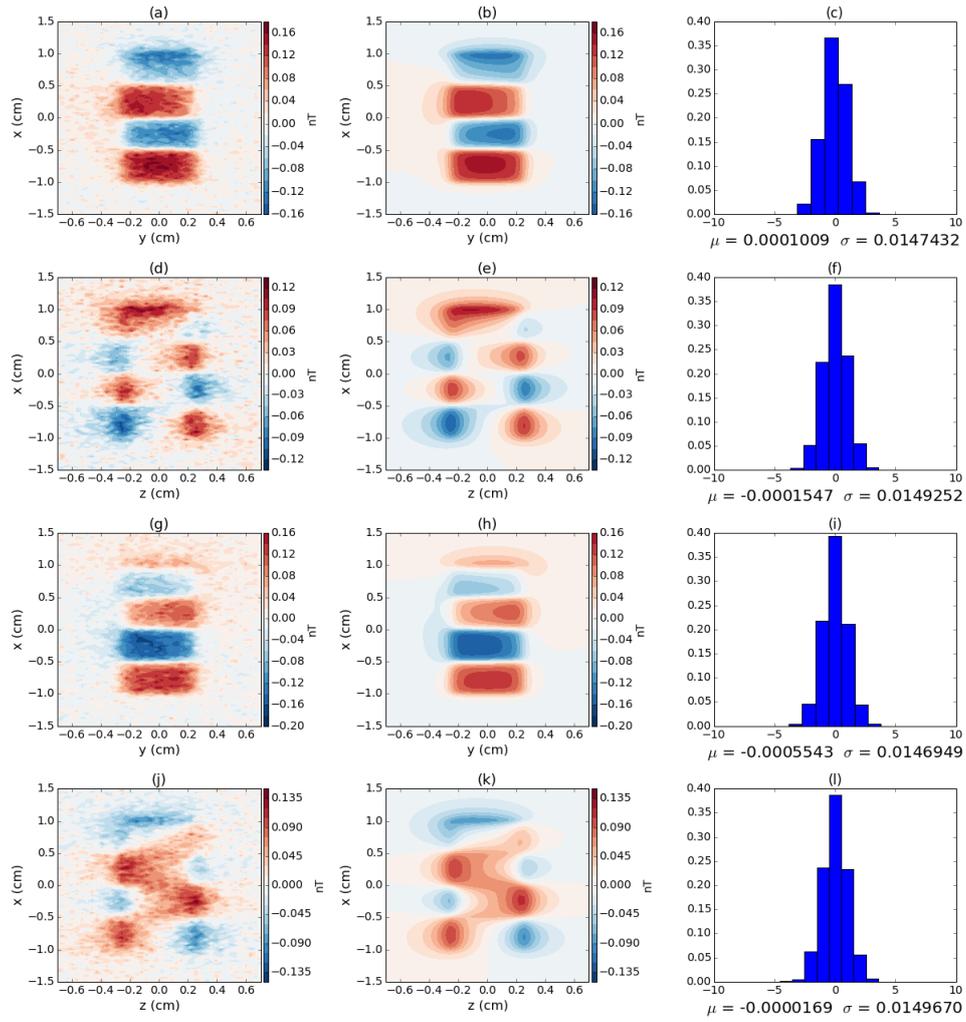


Figura 3.1: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética A (Tabela 3.1).: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra A e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 0,01$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

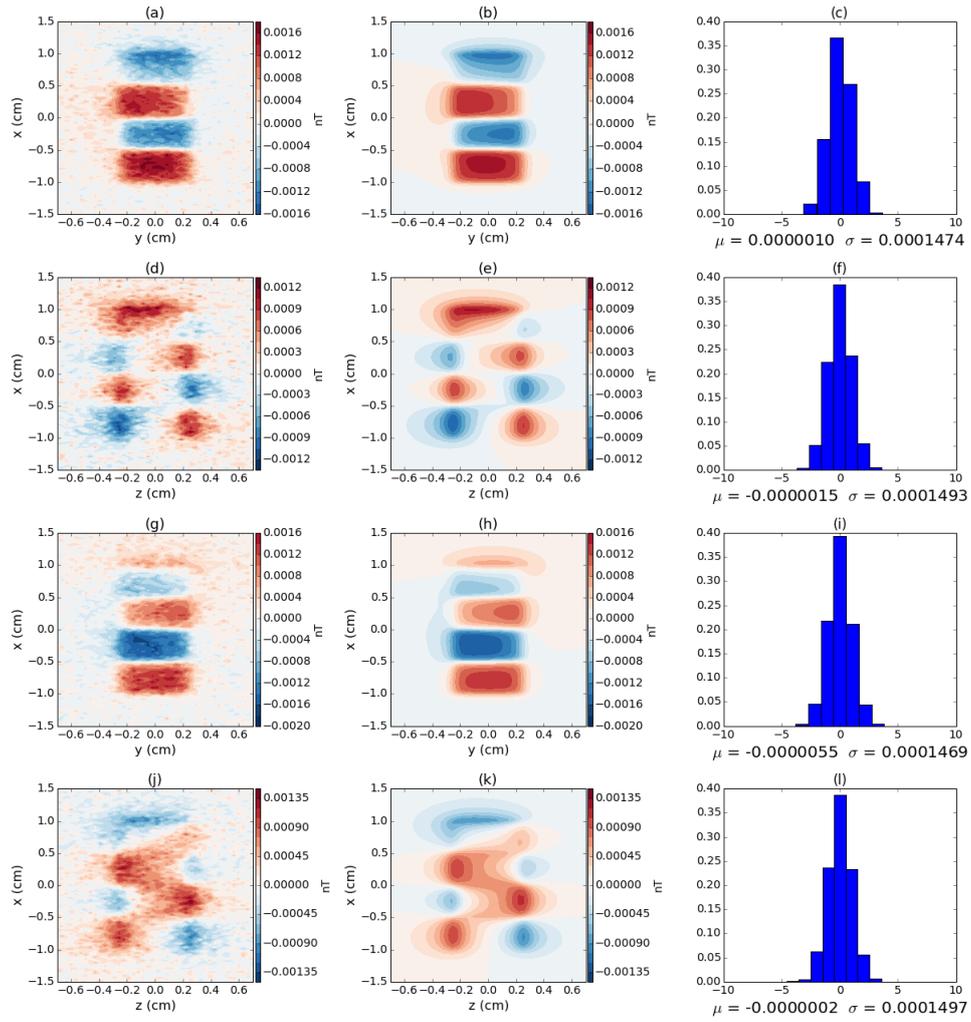


Figura 3.2: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética B (Tabela 3.2).: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra A e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 0,0001$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

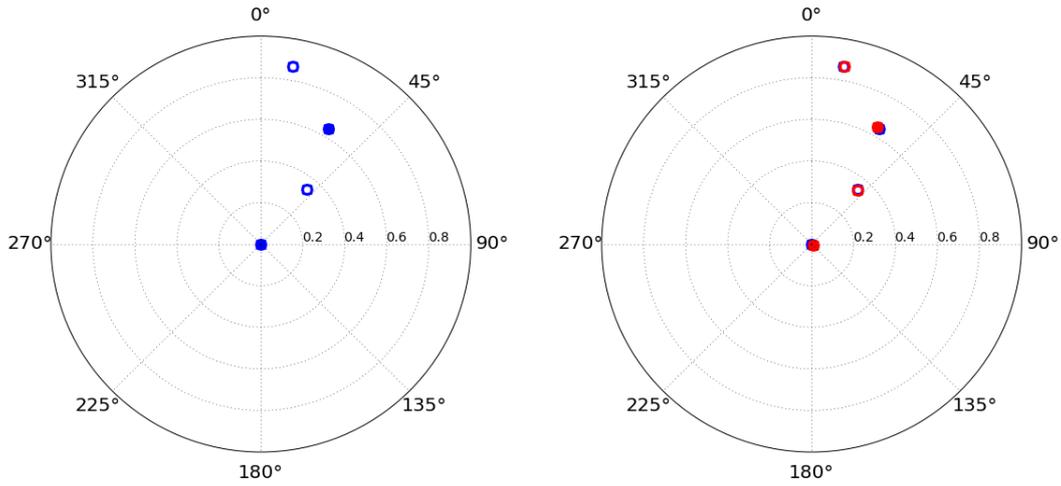


Figura 3.3: Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética A (Tabela 3.1). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas.

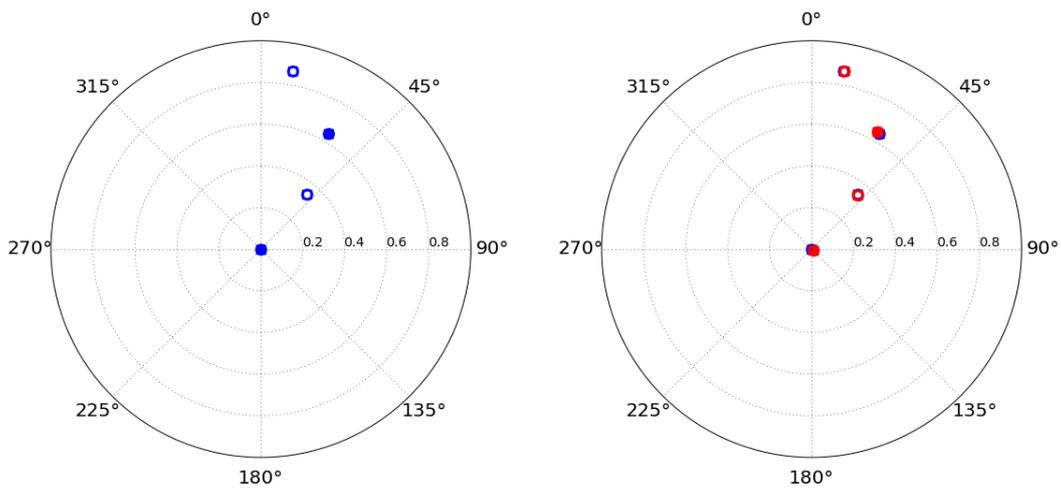


Figura 3.4: Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética B (Tabela 3.2). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas.

### 3.1.2 Simulação de amostras heterogêneas

Nesta subseção são apresentados os resultados obtidos ao aplicar o método proposto nesta dissertação para estimar a distribuição interna de magnetização de duas amostras (amostras C e D) com intensidade de magnetização mais alta que as amostras A e B apresentadas na Subseção 3.1.1. Com o intuito de simular uma distribuição de magnetização mais complexa que aquelas nas amostras A e B, adicionamos um conjunto de 100 dipolos dispostos aleatoriamente ao longo das amostras C e D. Estas amostras são representativas de rochas com uma concentração de minerais magnéticos maior do que aquelas simuladas na Subseção 3.1.1. As amostras C e D simulam, respectivamente, uma rocha ígnea e uma rocha sedimentar (Collinson, 1983; Dunlop and Özdemir, 1997; Kletetschka et al., 2012). Os valores de intensidade de magnetização, inclinação e declinação ao longo das amostras C e D são mostrados nas Tabelas 3.3 e 3.4, respectivamente. Os dipolos dispostos aleatoriamente dentro das amostras C e D possuem direção de magnetização aleatória, mas intensidade constante. Os dipolos da amostra C possuem intensidade de magnetização e diâmetro iguais a 1500 A/m e 160  $\mu\text{m}$ , respectivamente, enquanto os da amostra D possuem intensidade de magnetização e diâmetro iguais a 100 A/m e 100  $\mu\text{m}$ . Estes dois conjuntos de dipolos representam grãos multidomínio (MD) (Butler and Banerjee, 1975; Clark, 1997; Dunlop and Kletetschka, 2001; Kletetschka et al., 2000).

Tabela 3.3: Parâmetros que descrevem a magnetização ao longo da amostra C.

Prisma	Intensidade (A/m)	Inclinação ( $^{\circ}$ )	Declinação ( $^{\circ}$ )
1	3,0	90	0
2	3,0	-70	40
3	3,0	50	30
4	3,0	-30	10

Tabela 3.4: Parâmetros que descrevem a magnetização ao longo da amostra D.

Prisma	Intensidade (A/m)	Inclinação ( $^{\circ}$ )	Declinação ( $^{\circ}$ )
1	0,03	90	0
2	0,03	-70	40
3	0,03	50	30
4	0,03	-30	10

Os dados gerados pela amostra C nos quatro planos de observação foram contaminados com um ruído Gaussiano de média  $\mu = 0$ , desvio padrão  $\sigma = 260,0nT$  (aproximadamente 10% do valor máximo do campo de indução gerado pela amostra) e são mostrados nas Figuras 3.5a, 3.5d, 3.5e e 3.5j . Similarmente, os dados gerados pela amostra D nos quatro planos de observação foram contaminados com um ruído Gaussiano de média  $\mu = 0$ , desvio padrão  $\sigma = 4,0nT$  e são mostrados nas Figuras 3.6a, 3.6d, 3.6e e 3.6j . Estes conjuntos de dados contaminados com ruído simulam medidas que seriam obtidas de forma experimental e, por conveniência, são denominados “dados observados”.

O método proposto neste trabalho foi aplicado aos dados produzidos pelas amostras C (Figuras 3.5a, d, e e j) e D (Figuras 3.6a, d, e e j) com o intuito de estimar a distribuição de magnetização das mesmas, utilizando a equação 2.18. A Figura 3.5 mostra os dados observados, os dados preditos após a inversão e os histogramas dos resíduos referentes ao teste sintético com a amostra C (Tabela 3.3). O histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados observados e os dados preditos pelo modelo interpretativo, apresenta valores de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  aproximadamente iguais aos valores do ruído Gaussiano adicionado aos dados ( $\mu = 0nT$  e  $\sigma = 260,0nT$ ) mostrando que os parâmetros estimados pela inversão produziram um ajuste aceitável. Analogamente, a Figura 3.6 mostra que os parâmetros estimados no teste com a amostra sintética D (Tabela 3.4) também produziram um ajuste aceitável. As Figuras 3.7 e 3.8 mostram a comparação entre os valores verdadeiros e estimados de inclinação e declinação. Podemos ver que os valores estimados estão bem próximos aos valores verdadeiros, mostrando o bom desempenho do método desenvolvido neste trabalho em recuperar a distribuição de magnetização em amostras simples, mas com intensidade de magnetização mais alta que as amostras A e B e com interferências de grãos muito magnetizados.

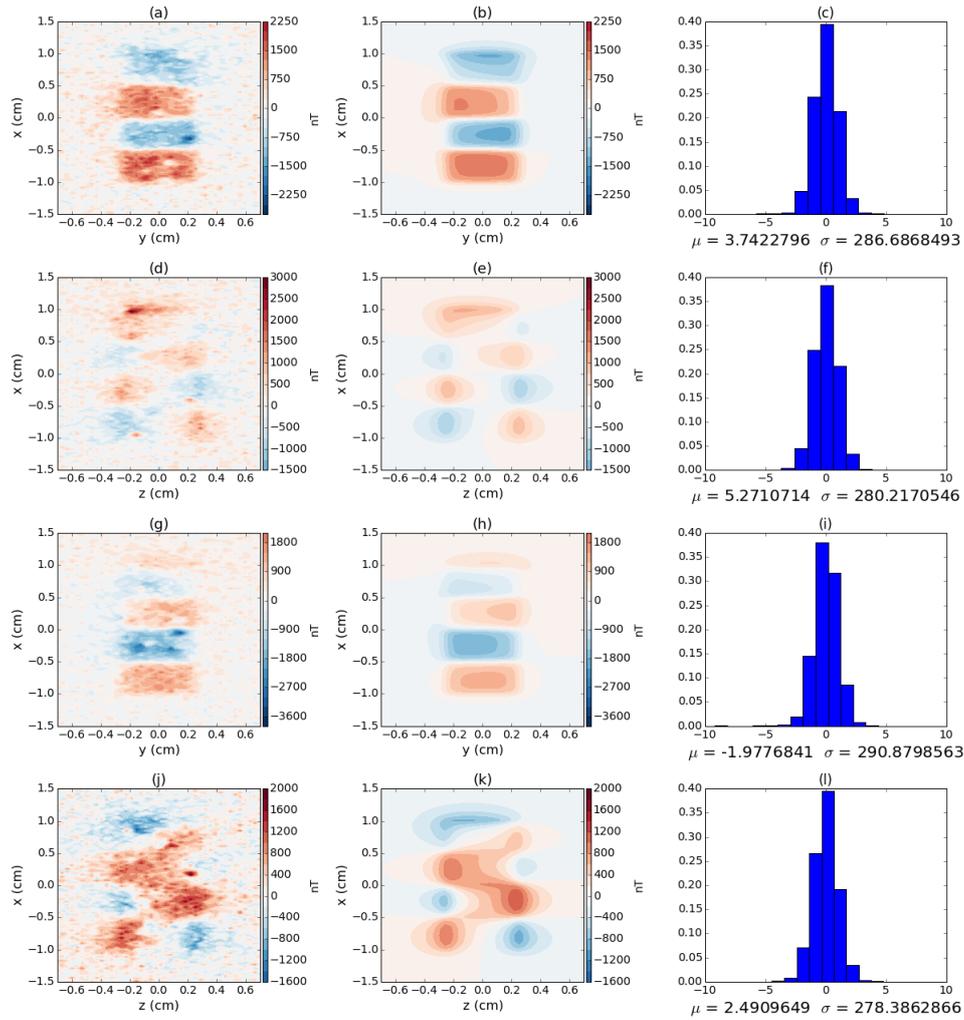


Figura 3.5: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética C (Tabela 3.3).: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra C e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 260,0$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

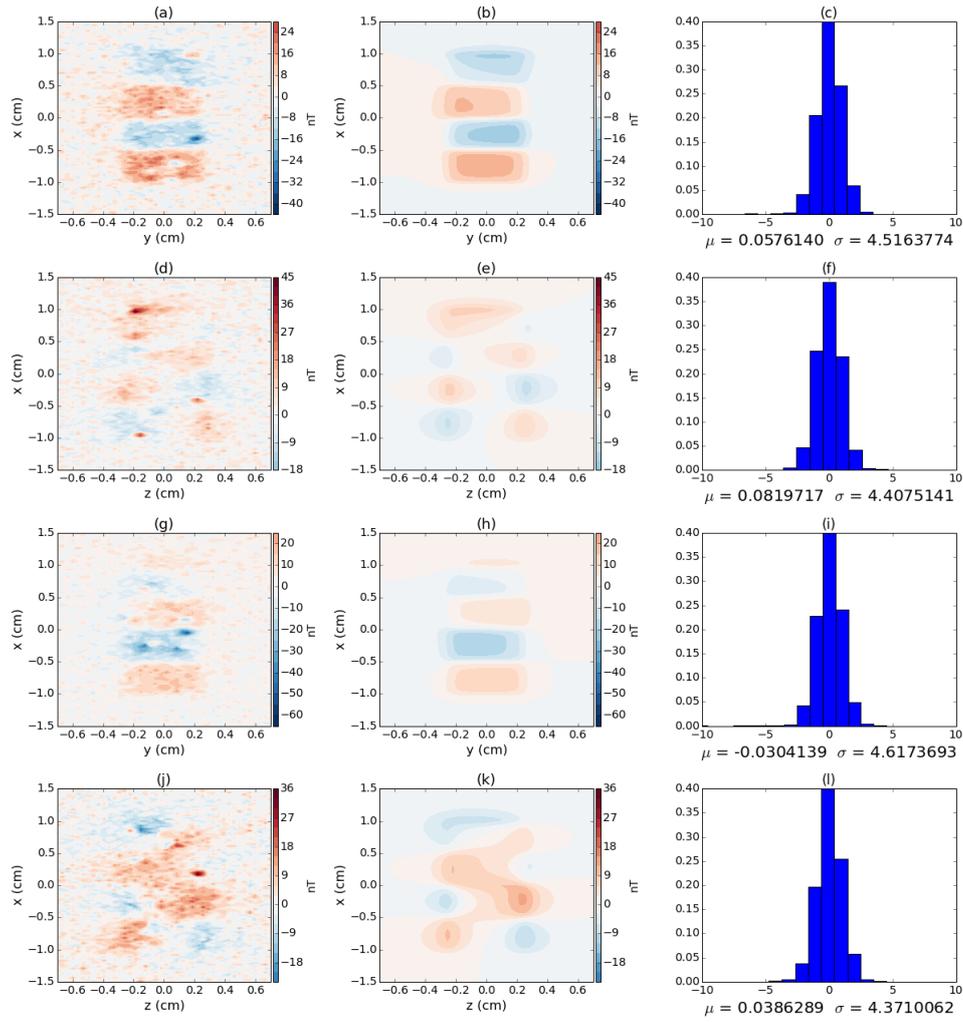


Figura 3.6: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra sintética D (Tabela 3.4): (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra D e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 4,0$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

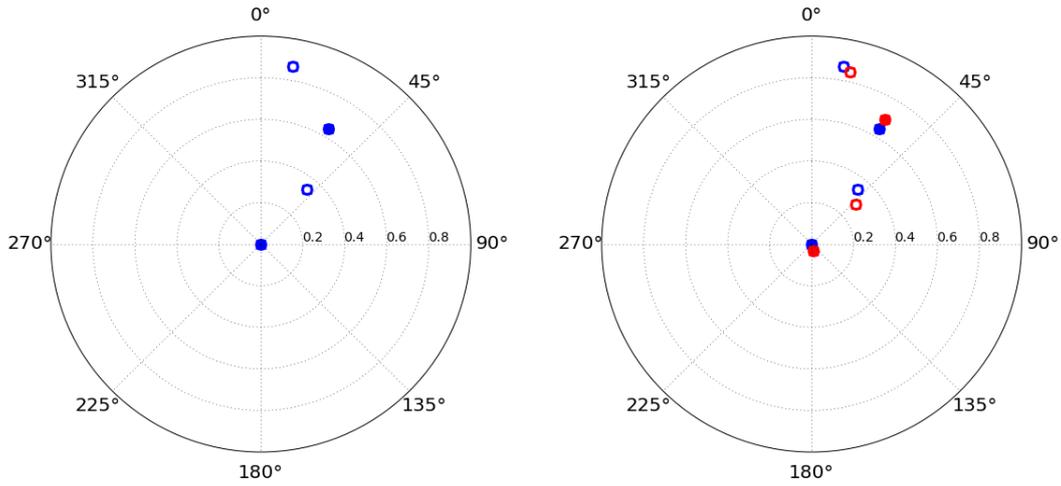


Figura 3.7: Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética C (Tabela 3.3). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas.

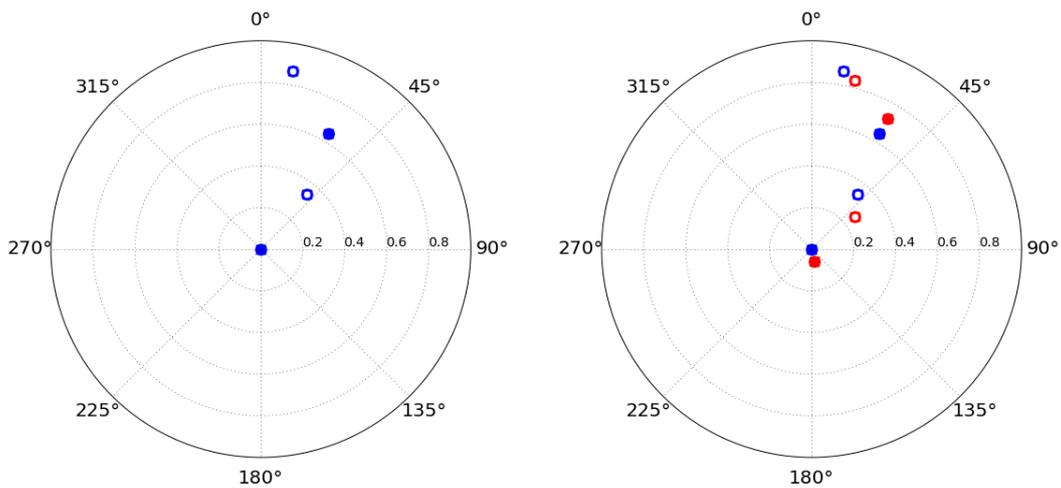


Figura 3.8: Projeção polar dos vetores de magnetização verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) nos quatro prismas que compõem a amostra sintética D (Tabela 3.4). À esquerda estão plotados apenas os valores verdadeiros. À direita estão plotados os valores verdadeiros e estimados. Círculos cheios representam inclinações positivas e os círculos vazios representam inclinações negativas.

## 3.2 Simulação de uma crosta ferromanganesiana

Oda et al. (2011) apresentaram um método de datação baseado em magnetostratigrafia de detalhe em crosta ferromanganesiana coletada no fundo marinho (escala milimétrica). Como foi apontado pelos autores, os métodos de datação radiométrica neste tipo de material têm limitações nesta escala de investigação. O método proposto por Oda et al. (2011) utiliza dados magnéticos medidos em um microscópio SQUID para identificar os limites das camadas de uma amostra de crosta ferromanganesiana coletada próximo a um monte submarino no Oceano Pacífico. Estas camadas foram então correlacionadas com a escala de tempo magnetostratigráfica padrão (Hilgen et al., 2012).

Para determinar a NRM ao longo das camadas da amostra, Oda et al. (2011) tiveram que extrair uma placa da amostra de rocha e depois fatiá-la em intervalos de 1,5 mm, paralelamente ao sentido das camadas. Depois disso, as NRM's das fatias foram estimadas usando um magnetômetro SQUID. Note que, para determinar a magnetização ao longo da amostra, foi necessário fatiá-la em pequenas partes. Neste caso, seria útil determinar a magnetização ao longo da amostra utilizando um método não destrutivo. Tendo isso em vista, simulamos uma amostra formada por 24 prismas justapostos, cada um com dimensões 1,5 mm, 5,0 mm e 5,0 mm ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. A intensidade de magnetização, inclinação e declinação de cada prisma (círculos azuis na Figura 3.10) foram definidos com base nos valores estimados ao longo da amostra de crosta ferro-manganesiana analisada por Oda et al. (2011). Para adicionarmos a presença de grãos fortemente magnetizados, geramos 20 dipolos distribuídos aleatoriamente ao longo da amostra sintética. Os grãos têm raio igual a  $60 \mu m$  e a intensidade de magnetização igual a  $100 A/m$ . A indução magnética produzida pela amostra foi calculada sobre quatro planos mutuamente ortogonais ao redor da amostra. Em cada plano, os dados foram calculados sobre uma grade regularmente espaçada de  $200 \times 100$  pontos ao longo dos eixos  $x$  e  $y/z$ , respectivamente. A distância sensor-amostra foi fixada em  $370 \mu m$  para cada um dos planos. Por fim, os dados foram contaminados com um ruído Gaussiano de média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma \approx 1,3$  nT, que corresponde a 10% do valor máximo do campo de indução gerado pela amostra. Estes dados contaminados com ruído simulam um conjunto de dados observados e estão mostrados nas Figuras 3.9a, 3.9d, 3.9g e 3.9j.

Aplicamos o método proposto neste trabalho para estimar a distribuição interna de magnetização ao longo da amostra que simula uma crosta ferromanganesiana, utilizando a equação 2.18. A Figura 3.9 mostra a comparação entre os dados observados (Figuras 3.9a, 3.9d, 3.9g e 3.9j), dados preditos pelo modelo interpretativo após a inversão (Figuras 3.9b, 3.9e, 3.9h e 3.9l) e o histograma normalizado dos

resíduos sobre os quatro planos de observação (Figuras 3.9c, 3.9f, 3.9i e 3.9m). O histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados observados e o dados preditos, apresenta valores de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  aproximadamente  $\mu = 0$  nT e  $\sigma = 1,3$  nT. Estes resultados mostram que os parâmetros estimados pelo nosso método produziram um ajuste satisfatório dos dados. A Figura 3.10 mostra a comparação entre os parâmetros verdadeiros (em azul) e os parâmetros estimados (em vermelho). Podemos ver que os valores estimados estão próximos dos verdadeiros. Os resultados indicam que o nosso método é uma alternativa não destrutiva e eficiente para estimar corretamente a distribuição de magnetização em amostras de rochas reais e ser utilizado em estudos de magnetoestratigrafia de detalhe.

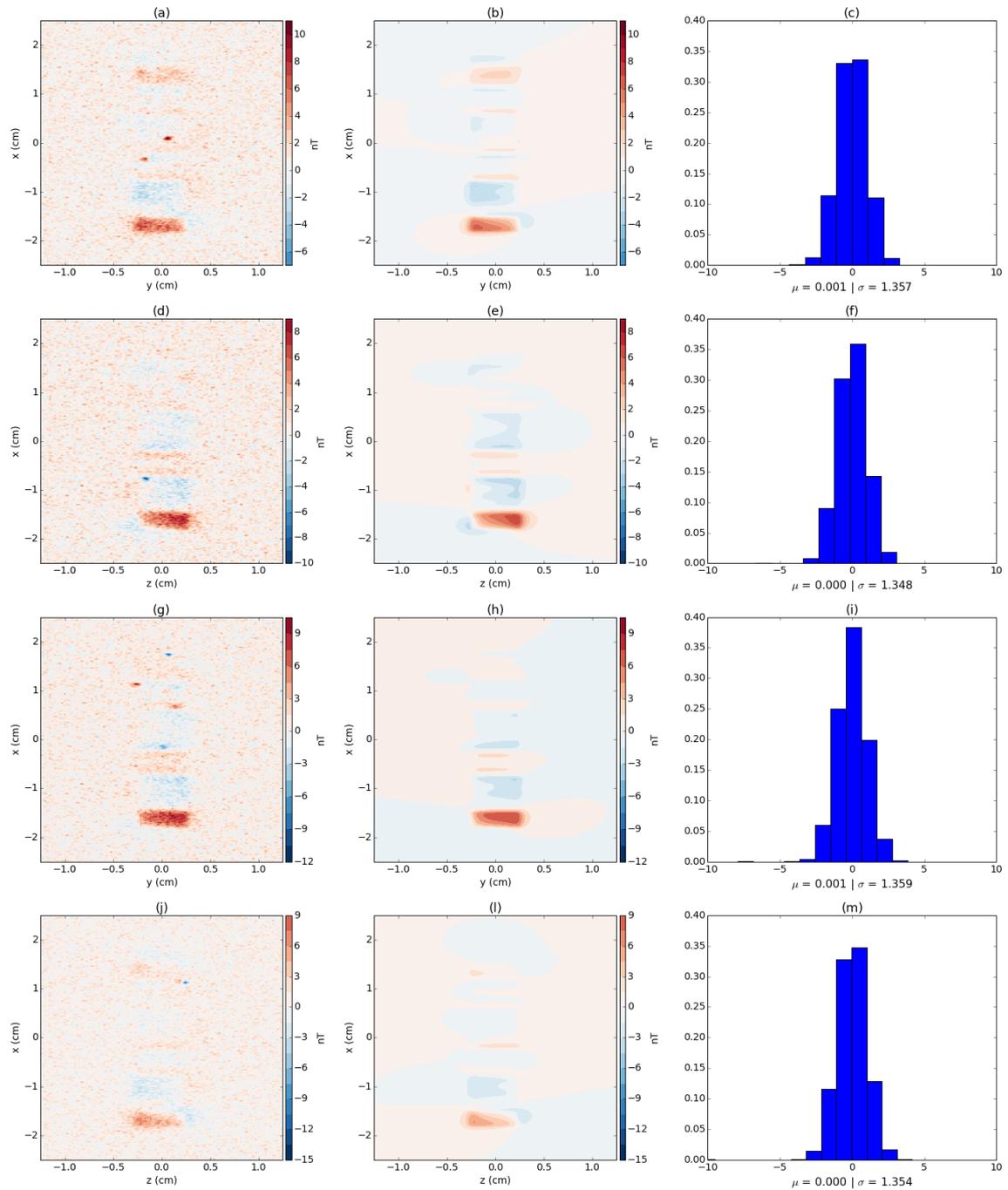


Figura 3.9: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de crosta ferro-manganesiana.: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de crosta ferro-manganesiana e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 1,3$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

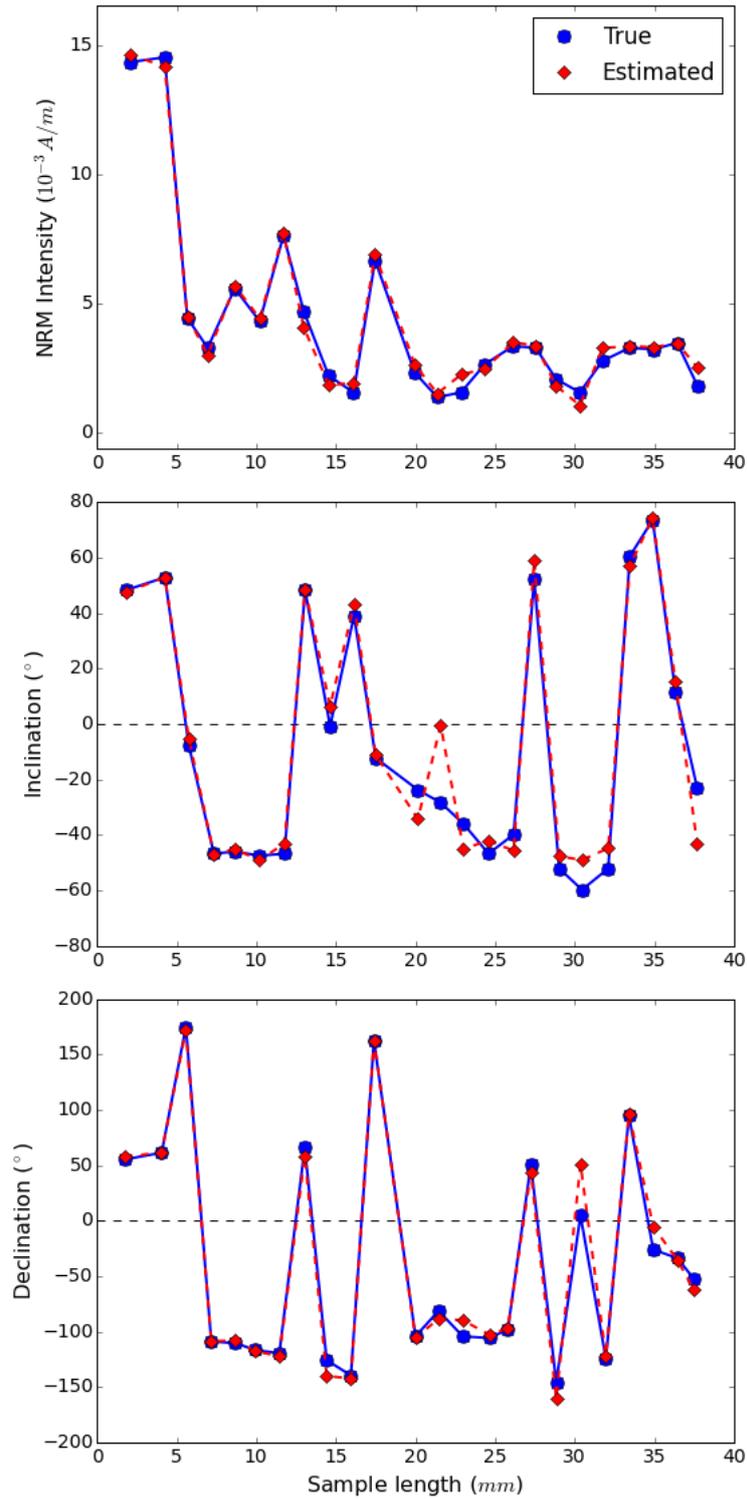


Figura 3.10: Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em  $A/m$ ), inclinação (em  $^{\circ}$ ) e declinação verdadeiros (em  $^{\circ}$ ).

### 3.3 Simulação de uma amostra de espeleotema

Osete et al. (2012) ressaltaram que um dos maiores avanços necessários para a compreensão das variações do campo geomagnético é o reconhecimento e caracterização, em detalhes, das excursões polares do mesmo. Uma melhor precisão no tempo em que estes eventos ocorreram é um dos pontos chave para entendermos os processos relacionados ao geodinâmico e também para estudos de magnetoestratigrafia. Um dos eventos de excursão mais conhecidos é a excursão de Blake, cuja idade de ocorrência ainda parece controversa. Osete et al. (2012) mostraram, pela primeira vez, o registro deste evento em uma amostra de estalagmite que foi datada por meio de uma técnica radiométrica baseada no desequilíbrio da série do urânio.

Osete et al. (2012) determinaram a NRM ao longo da amostra de estalagmite utilizando um magnetômetro criogênico triaxial. Para tanto, os autores fatiaram a amostra em 31 amostras cúbicas com aproximadamente  $8 \text{ cm}^3$ . Como no trabalho de Oda et al. (2011), os autores também precisaram fatiar a amostra em pequenos pedaços para realizar as análises necessárias. A partir das informações contidas em Osete et al. (2012), simulamos uma amostra formada por 30 prismas justapostos e com dimensões de  $23 \text{ mm}$ ,  $100 \text{ mm}$ ,  $100 \text{ mm}$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Os valores de intensidade de magnetização, inclinação e declinação (círculos azuis na Figura 3.13) são baseados nos valores da amostra de estalagmite analisada por Osete et al. (2012). A indução magnética produzida pela amostra foi calculada sobre quatro planos mutuamente ortogonais ao redor da amostra. Em cada plano, os dados foram calculados sobre uma grade regularmente espaçada de  $400 \times 80$  pontos ao longo dos eixos  $x$  e  $y/z$ , respectivamente. A distância sensor-amostra foi fixada em  $100 \mu\text{m}$  para cada um dos planos. Por fim, os dados foram contaminados com um ruído Gaussiano de média  $\mu = 0 \text{ nT}$  e desvio padrão  $\sigma \approx 0,07 \text{ nT}$ , que corresponde a 10% do valor máximo do campo de indução gerado pela amostra. Estes dados contaminados com ruído simulam um conjunto de dados observados e estão mostrados nas Figuras 3.11a, 3.11d, 3.11g e 3.11j.

Aplicamos o método proposto neste trabalho para estimar a distribuição interna de magnetização ao longo da amostra que simula um espeleotema, utilizando a equação 2.18. A Figura 3.11 mostra a comparação entre os dados observados (Figuras 3.11a, 3.11d, 3.11g e 3.11j), dados preditos pelo modelo interpretativo após a inversão (Figuras 3.11b, 3.11e, 3.11h e 3.11i) e o histograma normalizado dos resíduos sobre os quatro planos de observação (Figuras 3.11c, 3.11f, 3.11i e 3.11m). O histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados observados e os dados preditos, apresenta valores de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  aproximadamente  $\mu = 0 \text{ nT}$  e  $\sigma = 0,07 \text{ nT}$ . Estes resultados mostram que os parâmetros estimados pelo nosso método produziram um ajuste satisfatório dos dados. A Figura 3.13 mostra

a comparação entre os parâmetros verdadeiros (em azul) e os parâmetros estimados (em vermelho). Nota-se que, em algumas regiões do modelo interpretativo, os valores das estimativas não estão próximos aos valores verdadeiros. Para contornarmos este problema, utilizamos o estimador regularizado (Equação 2.19), com parâmetro de regularização  $\mu_0 = 10^8$ . A Figura 3.12 mostra o ajuste após a inversão utilizando o estimador regularizado. Podemos ver que produzimos um ajuste aceitável dos dados quando olhamos os histogramas normalizados dos resíduos. Comparando as estimativas da Figura 3.13 e a Figura 3.14 vemos que houve uma melhora significativa nas estimativas utilizando a equação 2.19. Estes resultados indicam que o nosso método é uma alternativa não destrutiva e eficiente para estimar corretamente a distribuição de magnetização em amostras de espeleotema, possibilitando estudos mais aprofundados sobre as excursões do polo geomagnético e também pode ser aplicado a estudos de magnetoestratigrafia.

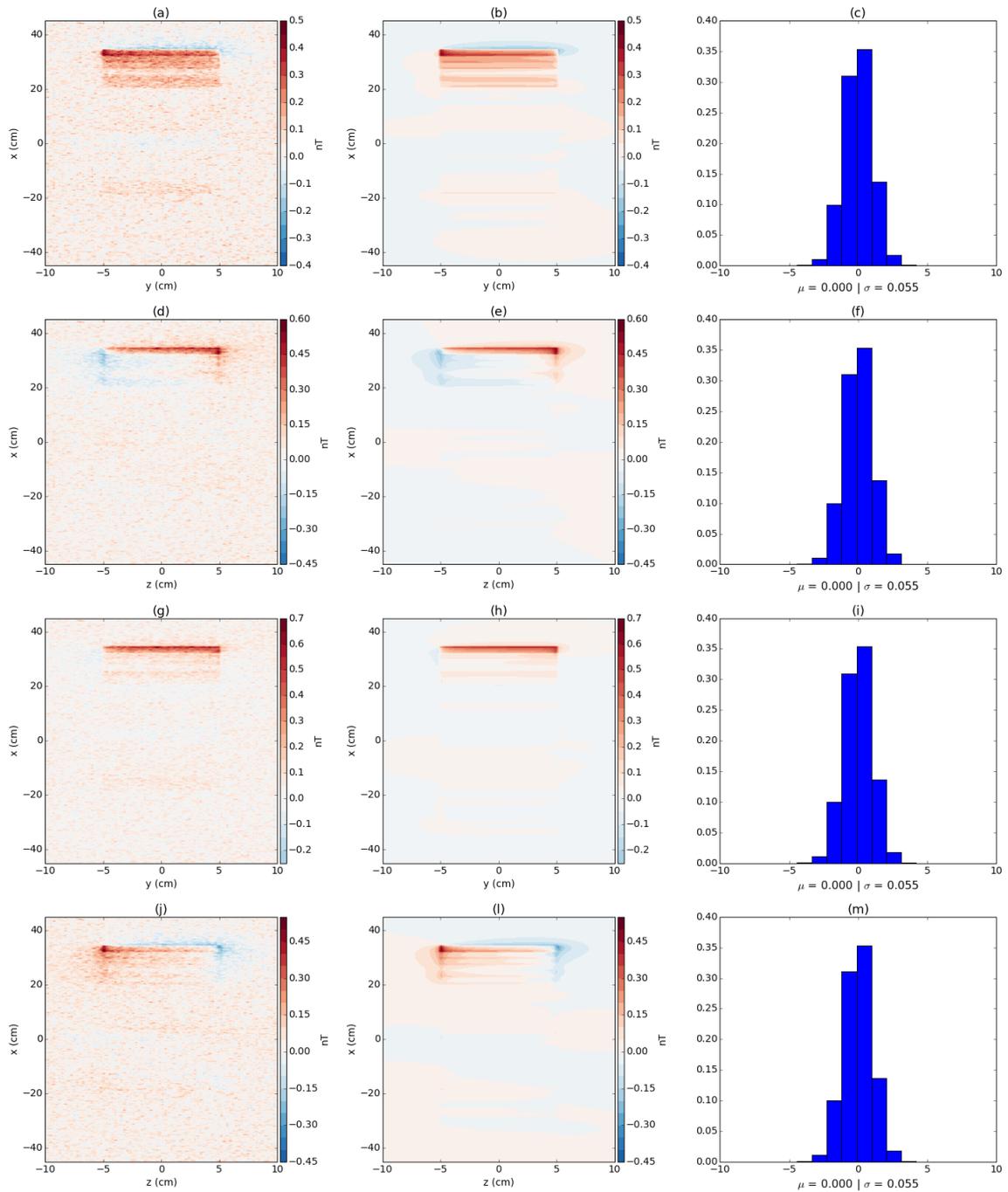


Figura 3.11: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de espeleotema utilizando a equação 2.18. (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de espeleotema e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 0,07$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

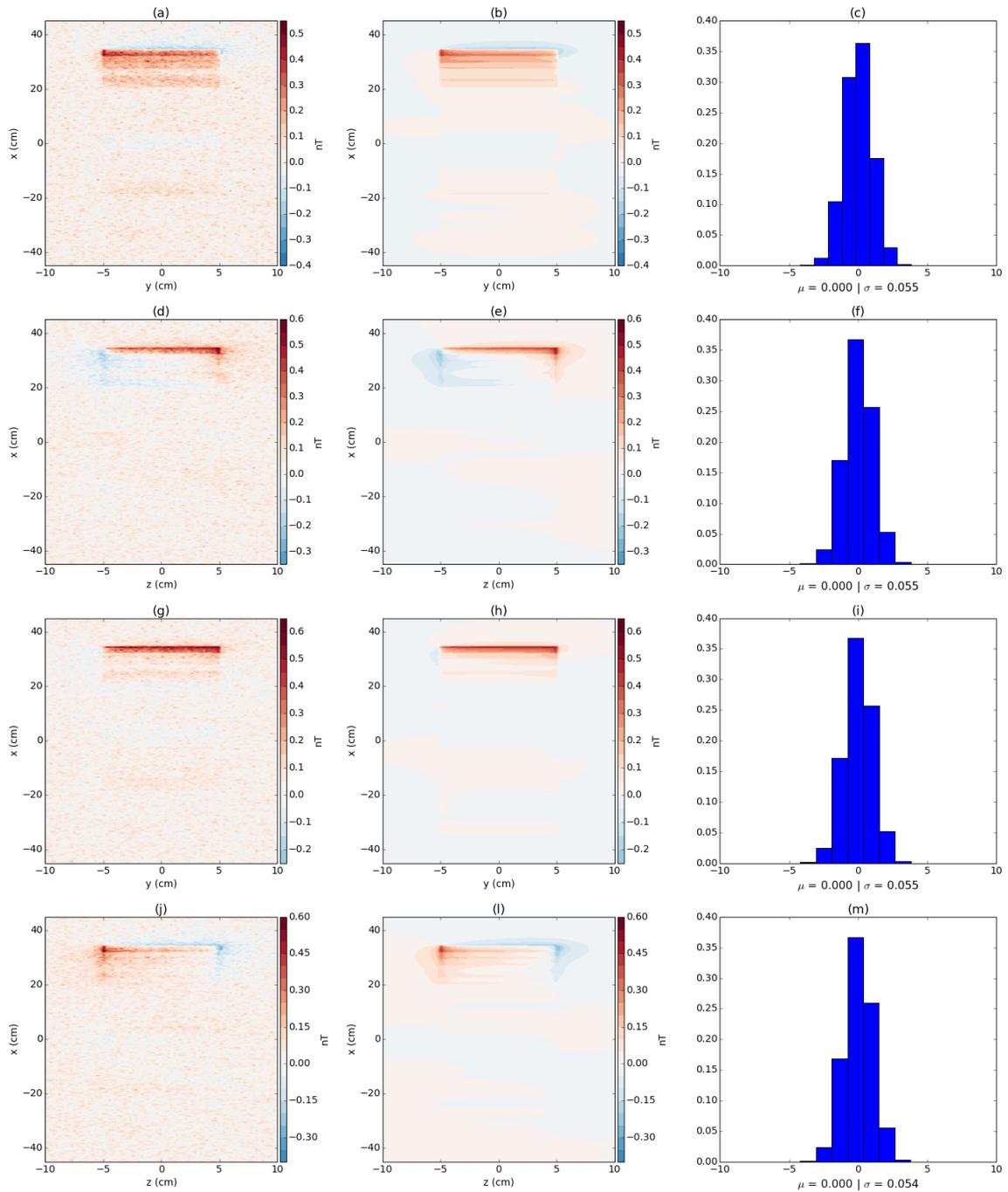


Figura 3.12: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de espeleotema utilizando o estimador regularizado (Equação 2.19). (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de espeleotema e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 0,07$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

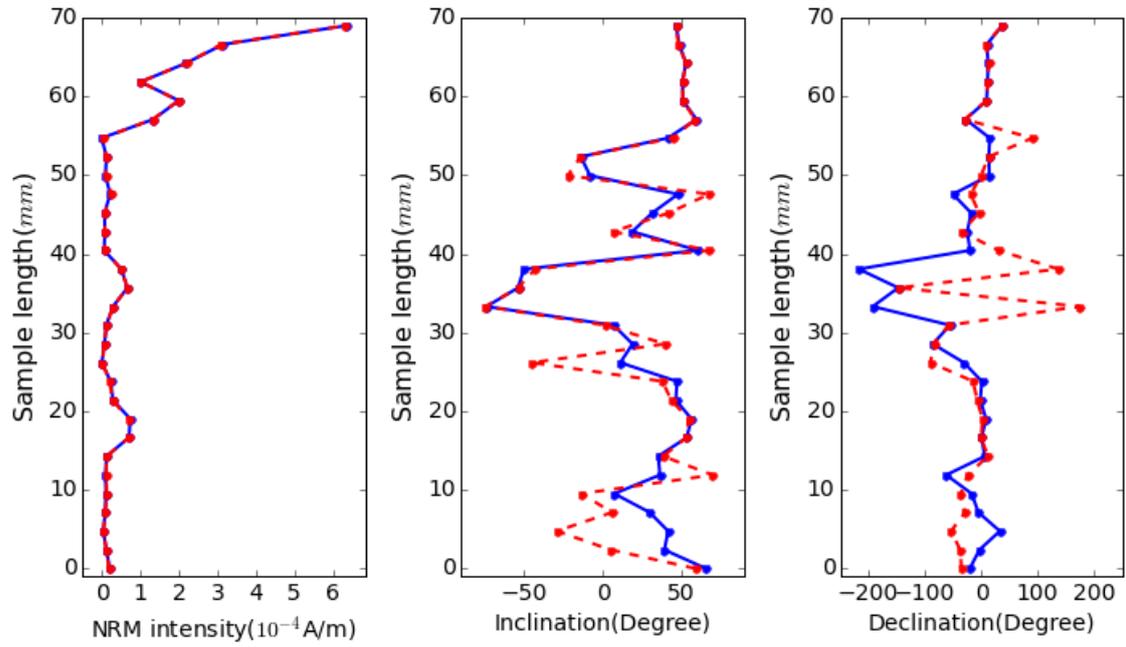


Figura 3.13: Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em  $A/m$ ), inclinação (em  $^{\circ}$ ) e declinação verdadeiros (em  $^{\circ}$ ).

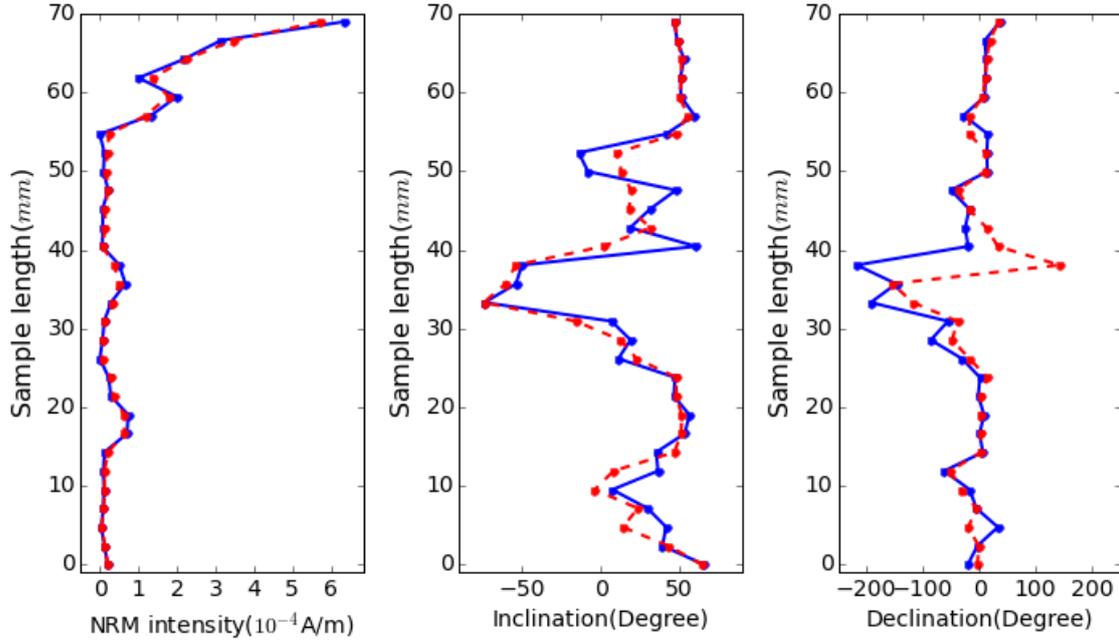


Figura 3.14: Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em  $A/m$ ), inclinação (em  $^\circ$ ) e declinação verdadeiros (em  $^\circ$ ) utilizando o estimador regularizado.

### 3.4 Distância sensor-amostra

O método proposto neste trabalho presume que a distância  $h$  entre os planos de observação e a superfície da amostra (Figura 2.2b-f) sejam conhecidas. Nos testes anteriores, os dados foram calculados sempre a uma mesma distância  $h$ . Porém, em situações práticas, esta distância pode conter erros e isso pode prejudicar o desempenho do método. Neste teste, simulamos erros na distância sensor-amostra, e avaliamos o impacto destes nos resultados obtidos pelo método. Para tanto, repetimos o teste feito com a amostra sintética definida na Seção 3.2, contudo calculamos os dados observados utilizando uma distância sensor-amostra diferente para cada plano de observação. As distâncias  $h$  para cada um dos planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  são iguais a  $470 \mu m$ ,  $500 \mu m$ ,  $250 \mu m$  e  $300 \mu m$ , respectivamente. No modelo sintético, presumimos uma distância fixa de  $370 \mu m$  entre todos os planos de observação e a superfície da amostra.

Assim como no teste sintético mostrado na Seção 3.2, os resultados obtidos aqui mostram que a inversão produziu um ajuste aceitável dos dados (Figura 3.16) e os parâmetros estimados recuperaram quase completamente a distribuição de magne-

tização verdadeira na amostra sintética (Figura 3.18). Este resultados mostram a robustez do método desenvolvido neste trabalho em relação a erros na distância sensor amostra. Esta robustez pode ser explicada pela utilização de dados observados sobre quatro planos ao redor da amostra ao invés de utilizar dados sobre apenas um plano localizado sobre a amostra. Tal robustez é corroborada pelos resultados obtidos quando a inversão é feita apenas com dados sobre o plano acima da amostra. Neste caso, embora a inversão resulte em um ajuste aceitável dos dados (Figura 3.15), os parâmetros estimados não recuperam os valores verdadeiros dos parâmetros (Figura 3.17).

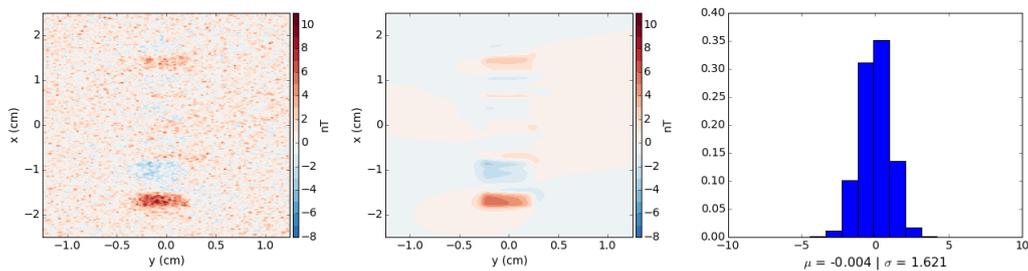


Figura 3.15: Comparação entre os dados observados e os dados preditos pela amostra ferro-manganesiana. Neste teste, apenas os dados localizados no plano  $\alpha = 0$  foram utilizados. (a) Dados produzidos pela amostra e contaminados com ruído (dados observados) sobre o plano  $\alpha = 0$ , localizado a uma distância de  $470 \mu\text{m}$  a partir da superfície da amostra. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0 \text{ nT}$  e desvio padrão  $\sigma = 1,8 \text{ nT}$ . (b) Dados preditos após a inversão. Na inversão, presumiu-se que o plano  $\alpha = 0$  está localizado a uma distância de  $370 \mu\text{m}$  acima da superfície da amostra. (c) Histograma normalizado dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

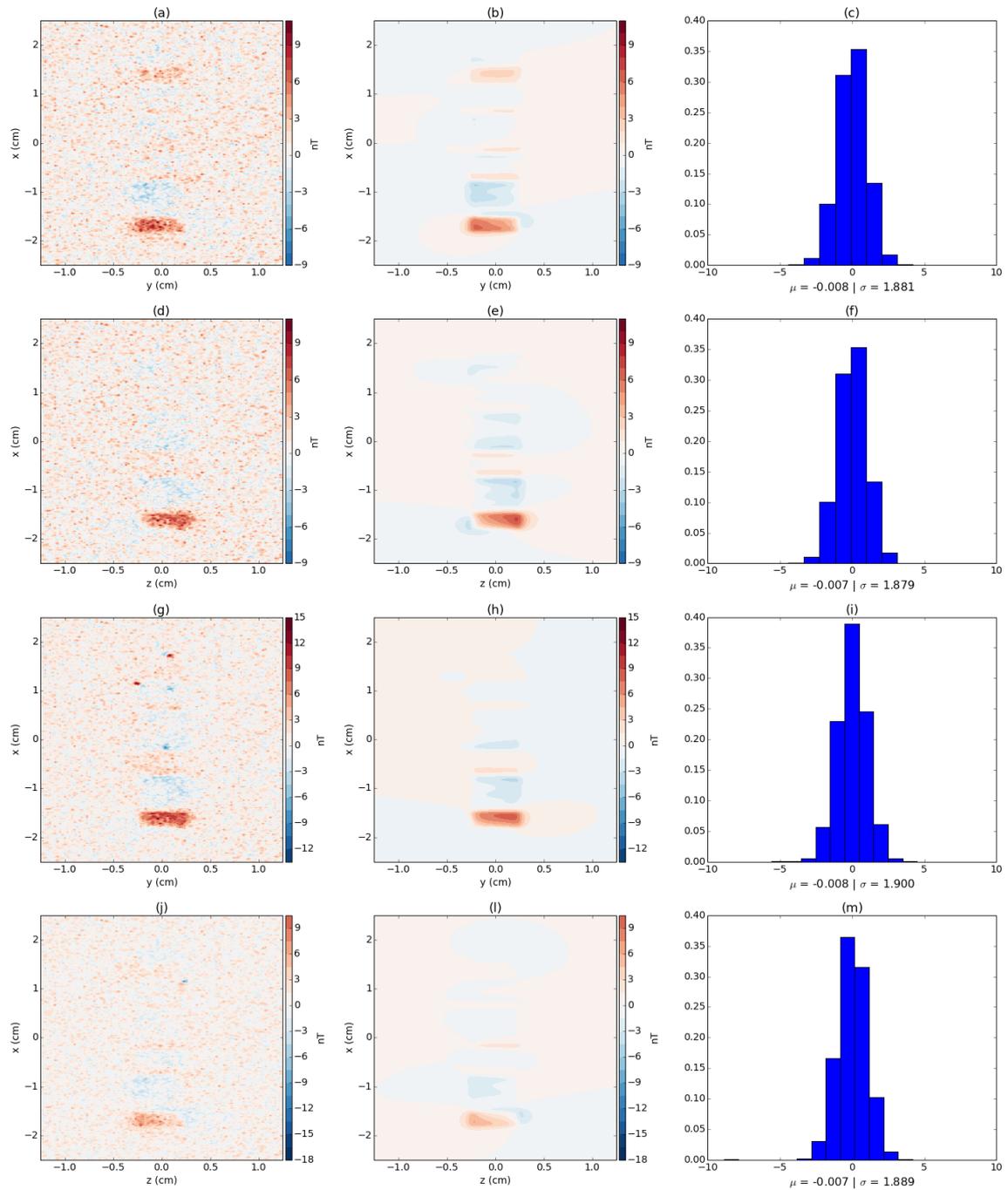


Figura 3.16: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra de crosta ferro-manganesiana.: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra de crosta ferro-manganesiana e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 1,8$  nT. As distâncias  $h$  (Figura 2.2) dos planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  são iguais a  $470 \mu m$ ,  $500 \mu m$ ,  $250 \mu m$  e  $300 \mu m$ , respectivamente. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. Todas as distâncias  $h$  (Figura 2.2) foram consideradas iguais a  $370 \mu m$ . (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

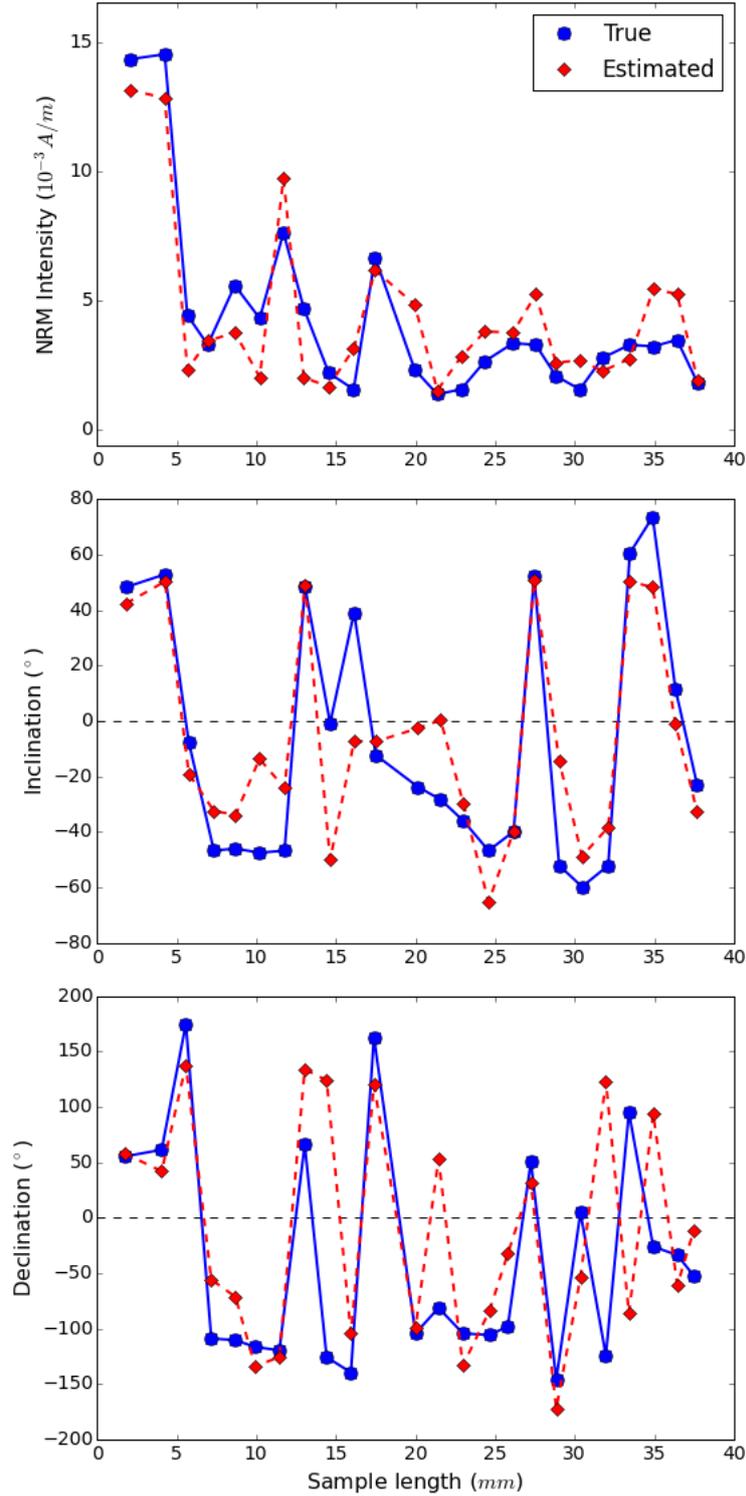


Figura 3.17: Teste com apenas os dados localizados sobre o plano  $\alpha = 0$ . Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em  $A/m$ ), inclinação (em  $^{\circ}$ ) e declinação verdadeiros (em  $^{\circ}$ ).

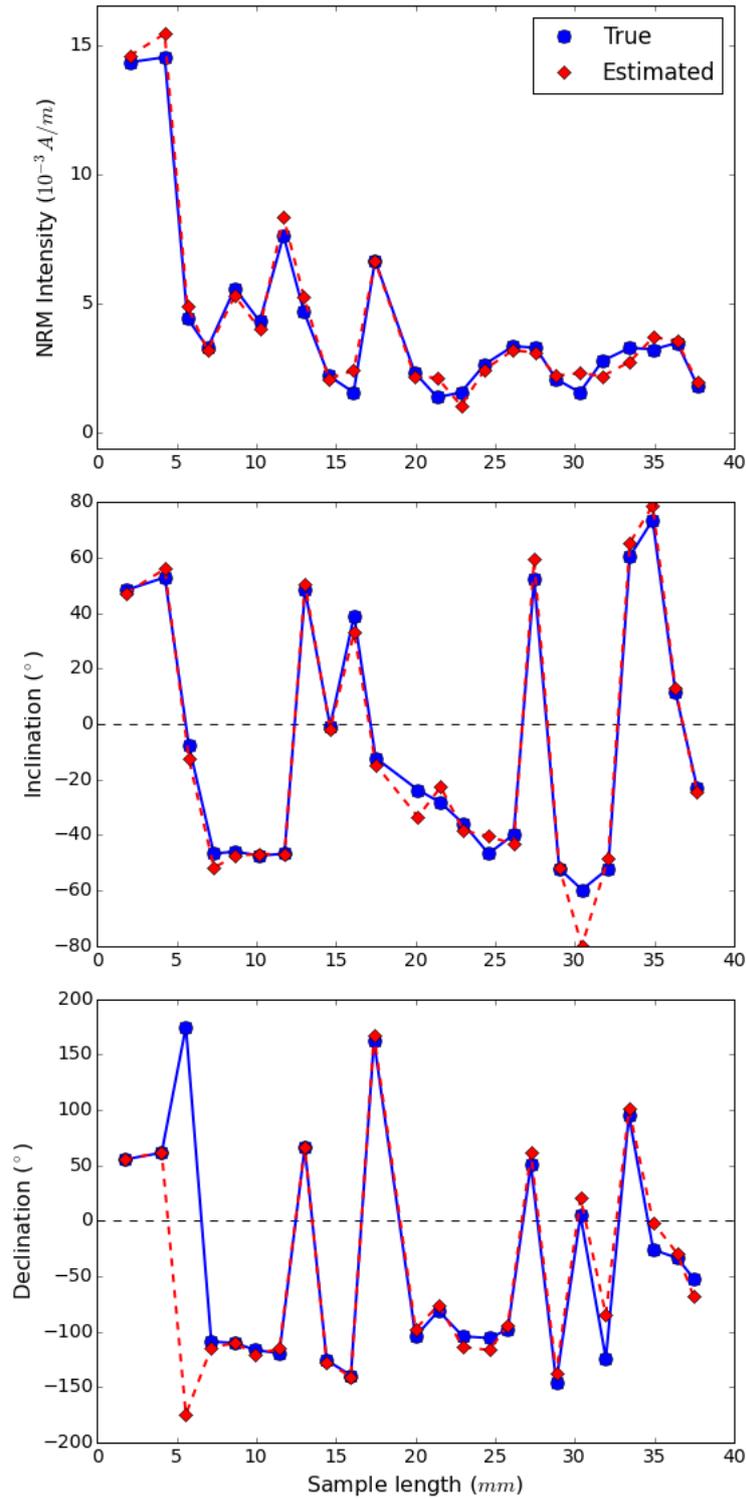


Figura 3.18: Teste utilizando os dados sobre os quatro planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  ao redor da amostra. Comparação entre os valores verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho) de intensidade de magnetização (em  $A/m$ ), inclinação (em  $^{\circ}$ ) e declinação verdadeiros (em  $^{\circ}$ ).

### 3.5 Amostra Discreta

Geralmente, os principais minerais responsáveis pelas propriedades magnéticas das rochas são os óxidos de ferro, tais como a Magnetita, Titanomagnetita, Hematita e Maghemita. Contudo, estes óxidos de ferro constituem, em geral, apenas uma pequena porcentagem (1-5%) do volume das rochas e, na maioria dos casos, eles estão dispersos entre os outros minerais. As propriedades magnéticas das rochas dependem fortemente do conteúdo de óxidos de ferro. Entretanto, se a rocha contém uma baixa concentração destes minerais magnéticos, então os sulfetos de ferro (por exemplo, Pirrotita, Greigita e Pirita) e os óxidos de manganês podem exercer um importante papel. Em geral, o paramagnetismo fraco dos silicatos ou hidróxidos contendo íons de  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$  ou  $\text{Mn}^{2+}$  é sobreposto pelo intenso magnetismo dos óxidos de ferro, embora estes últimos sejam menos abundantes (Collinson, 1983; Thompson and Oldfield, 1986).

Uma das premissas do método desenvolvido neste trabalho é que o conjunto de minerais magnéticos que formam a amostra de rocha pode ser aproximado por um volume homogeneamente magnetizado. Nesta Seção, apresentamos os resultados obtidos em um teste numérico feito com o intuito de avaliar as limitações desta aproximação.

Simulamos uma amostra com dimensões  $7,0\text{ mm}$ ,  $5,0\text{ mm}$  e  $5,0\text{ mm}$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. A amostra contém 500 dipolos dispostos aleatoriamente em seu interior, cada um com intensidade de magnetização de  $300\text{ A/m}$  e  $120\text{ }\mu\text{m}$ , o que condiz com um grão de titanomagnetita MD, por exemplo (Clark, 1997). A inclinação e declinação da magnetização dos dipolos variam de forma aleatória (seguindo uma distribuição Gaussiana) em torno dos valores médios  $90^\circ$  e  $0^\circ$ , respectivamente, com um desvio padrão de  $2^\circ$ . Os dados produzidos por esta amostra discreta foram calculados nos quatro planos ao redor da amostra e contaminados com ruído Gaussiano de média  $\mu = 0$  e desvio padrão de aproximadamente  $\sigma = 73,0\text{ nT}$ , que corresponde a 10% do valor máximo do campo de indução gerado pela amostra. Sobre cada plano, os dados foram calculados sobre uma grade regularmente espaçada de  $100 \times 40$  pontos ao longo, respectivamente, dos eixos  $x$  e  $y/z$  (Figuras 3.19a, 3.19d, 3.19g e 3.19j). A distância  $h$  foi fixada em  $500\text{ }\mu\text{m}$  para os planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ . Este conjunto de dados contaminados com ruído (dados observados) foi utilizado para estimar a direção de magnetização média dos grãos que formam a amostra sintética discreta, utilizando a equação 2.18. Para tanto, aplicamos o método desenvolvido neste trabalho utilizando um modelo interpretativo com dimensões  $7,0\text{ mm}$ ,  $5,0\text{ mm}$  e  $5,0\text{ mm}$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

A Figura 3.19 mostra a comparação entre os dados observados, os dados preditos e o histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados observados e os dados

preditos. Os resultados se mostraram muito satisfatórios, uma vez que as médias dos histogramas são próximas de zero e os desvios padrão são próximos ao valor do desvio padrão do ruído utilizado para contaminar os dados. Isto quer dizer que os parâmetros estimados pela inversão produziram um ajuste aceitável dos dados. A Figura 3.20 mostra a comparação entre os parâmetros verdadeiros (em azul) e estimados (em vermelho). Podemos ver que os parâmetros estimados pela inversão são muito próximos aos verdadeiros, demonstrando que a aproximação por um volume homogeneamente magnetizado é adequada para determinar a direção média de magnetização dos grãos que compõem a amostra discreta.

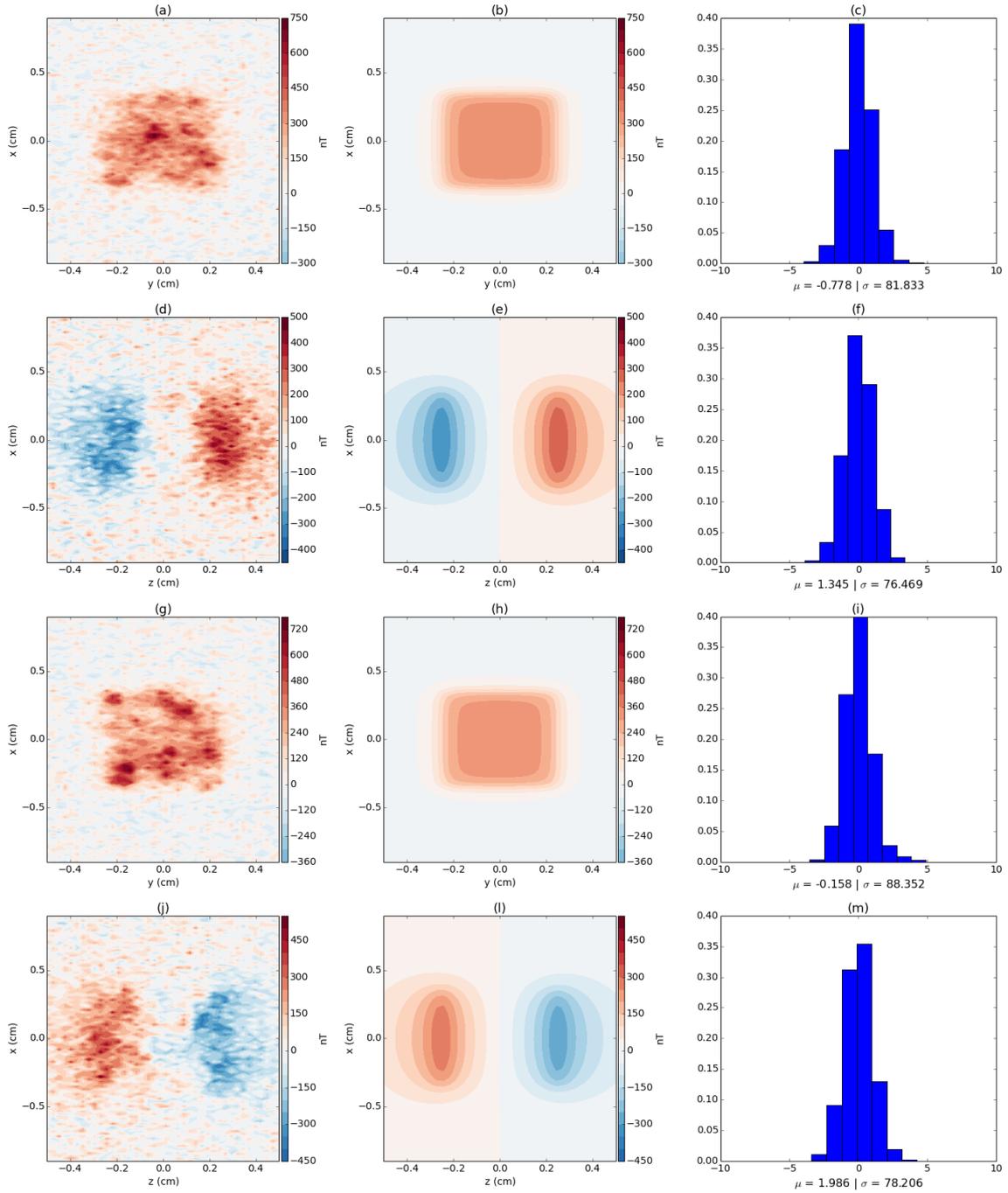


Figura 3.19: Comparação entre os dados observados e os dados preditos no teste com a amostra discreta.: (a), (d), (g) e (j) Dados produzidos pela amostra discreta e contaminados com ruído (dados observados) sobre os quatro planos de observação. O ruído é Gaussiano, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 73,0$  nT. (b),(e),(h) e (k) Dados preditos sobre os quatro planos de observação ao redor da amostra. (c),(f),(i) e (j) Histogramas normalizados dos resíduos entre os dados observados e os dados preditos sobre cada plano de observação. A normalização é feita subtraindo-se de cada resíduo o valor de sua média e dividindo-se o resultado pelo desvio padrão.

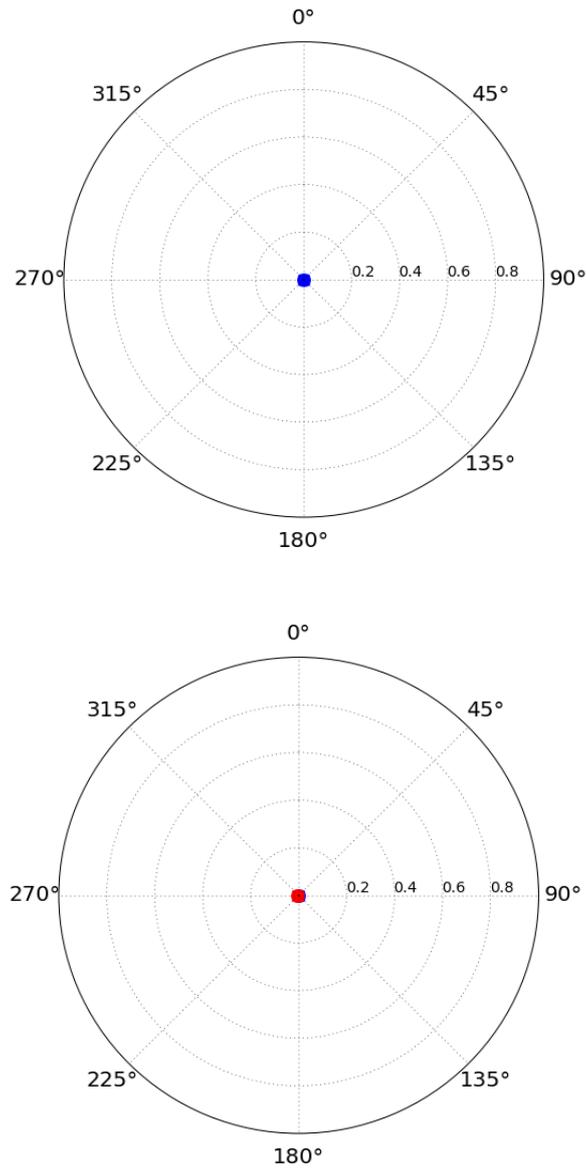


Figura 3.20: Teste com a amostra discreta. Projeção polar do vetor de magnetização verdadeiro (em azul) e estimado (em vermelho) para a amostra discreta. Acima está plotado o valor de direção preferencial dos grãos magnetizados. Abaixo está plotado a comparação entre o valor preferencial dos grãos e o valor estimado pela inversão.

# Capítulo 4

## Aplicação a dados reais produzidos por uma amostra de laboratório

### 4.1 Preparação da amostra

Aplicamos nosso método aos dados produzidos por uma amostra sintética que foi preparada no laboratório de Paleomagnetismo do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo (IAG-USP). A amostra é formada por quatro prismas justapostos e com comprimentos aproximadamente  $4\text{ mm}$ ,  $3\text{ mm}$  e  $3\text{ mm}$  ao longo, respectivamente, dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  no SCP (Figura 2.1). Estes prismas foram feitos com uma solução de magnetita que foi colocada em um molde de acrílico retangular. A solução de magnetita é formada pela mistura de uma resina diamagnética de epóxi e magnetita coloidal obtida a partir da reação entre os elementos de sulfato férrico e cloreto ferroso. Os prismas receberam uma magnetização remanente isotérmica induzida por um campo de  $\approx 1\text{ T}$  (Figuras 4.1-a e 4.1-b). Por fim, os prismas resultando em uma amostra com dimensões  $L_x = 16\text{ mm}$ ,  $L_y = 3\text{ mm}$  e  $L_z = 3\text{ mm}$  (Figura 4.1). Os valores aproximados de inclinação e declinação da magnetização de cada prisma são mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Orientação aproximada da magnetização ao longo dos quatro prismas que formam a amostra real.

índice	$I$ ( $^\circ$ )	$D$ ( $^\circ$ )
0	45	180
1	45	0
2	-90	–
3	90	–

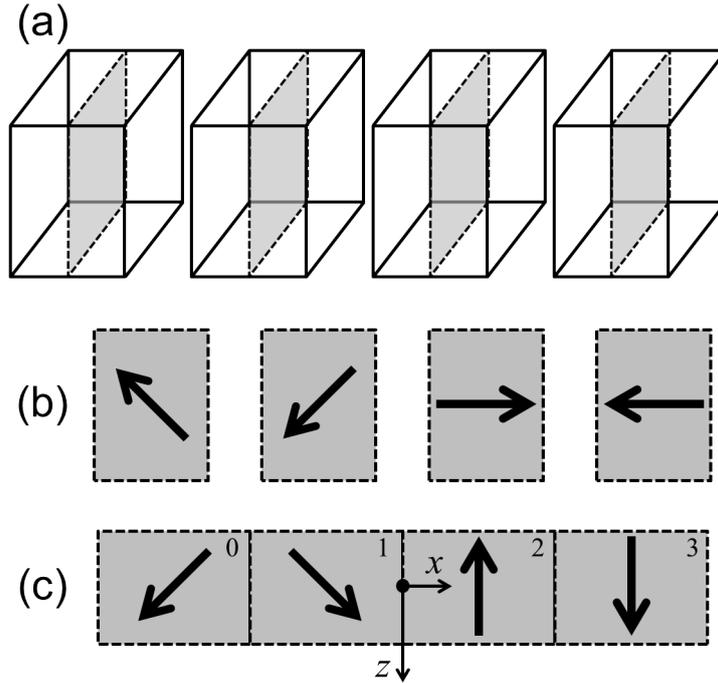


Figura 4.1: Amostra real. (a) Quatro prismas que formam a amostra. As magnetizações destes prismas são aproximadamente paralelas ao plano vertical em cinza. (b) Magnetização dos prismas (setas) nos planos verticais mostrados em (a). (c) Amostra resultante da justaposição dos prismas magnetizados. Os números indicam o índice de cada um dos prismas, cuja magnetização é representada pelas setas. Os valores de inclinação e declinação são mostrados na Tabela 4.1. A amostra resultante está orientada segundo o SCP (Figura 2.1), com a origem do sistema sendo representada pelo círculo preto e os eixos  $x$  e  $z$  representados pelas setas finas.

## 4.2 Aquisição de dados

Os dados de indução magnética foram medidos nos quatros planos ao redor da amostra utilizando um microscópio magnético com sensor de efeito Hall. O equipamento está em desenvolvimento na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) e as medidas são feitas sem qualquer blindagem. Por isso, é importante ressaltar a existência de uma possível tendência nos dados associada ao campo magnético ambiente.

Em cada plano  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ , os dados foram medidos a uma distância  $h$  de  $\approx 500 \mu m$ , em uma grade regular de  $102 \times 42$  pontos ao longo, respectivamente, dos eixos  $x$  e  $y/z$  (Figuras 4.2a, 4.2d, 4.2g e 4.2j). Os dados observados foram corrigidos testando-se diferentes parâmetros de desalinhamentos  $\theta$ ,  $\Delta x'$  e  $\Delta y'$  (Figura 2.4 e Equações 2.22 e 2.23). Os parâmetros são mostrados na Tabela 4.2. Antes de

corrigirmos o desalinhamento, os conjuntos de dados obtidos em cada plano foram subtraídos de seus respectivos valores médios com o intuito de remover a presença de um possível campo interferente.

Tabela 4.2: Parâmetros de desalinhamento utilizados para corrigir os dados observados.

$\alpha$	$\theta$ ( $^\circ$ )	$\Delta x'$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta y'$ ( $\mu\text{m}$ )
0	5.5	0	-100
1	3.0	500	-400
2	3.0	200	1000
3	4.0	200	500

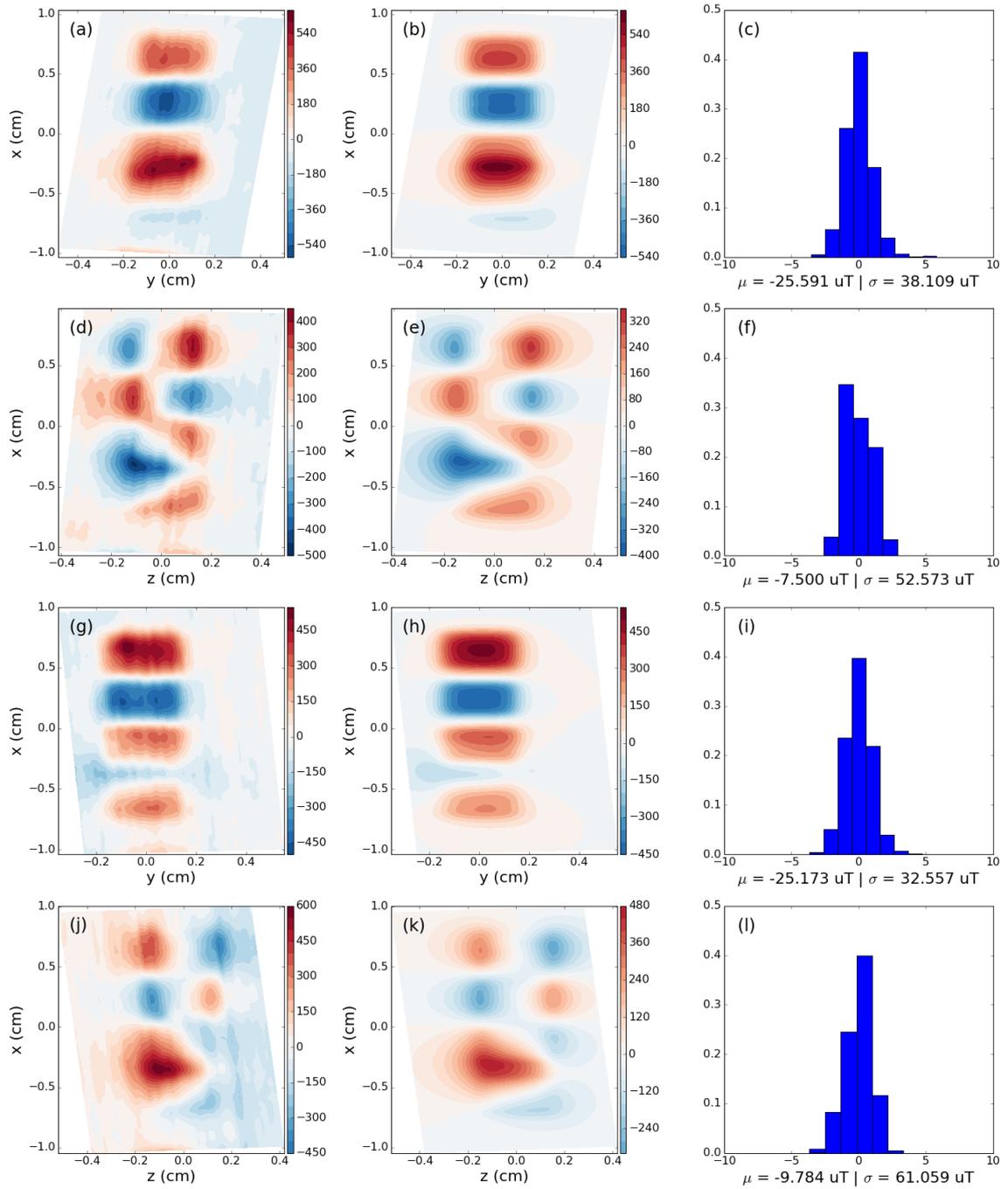


Figura 4.2: Aplicação a dados reais. (a), (d), (g) e (j), dados observados produzidos pela amostra nos planos de observação  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ , respectivamente. (b), (e), (h) e (k), dados preditos produzidos pela distribuição de magnetização estimada obtida pela inversão nos planos  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ , respectivamente. (c), (f), (i) e (l), histogramas normalizados dos resíduos entre os dados preditos e os dados observados. Todos os valores estão em  $\mu T$ .

### 4.3 Resultados e comentários

Invertemos os dados observados (Figuras 4.2a, 4.2d, 4.2g e 4.2j) usando um modelo interpretativo formado por  $P = 16$  prismas com dimensões  $L_x = 16mm$ ,  $L_y = 3mm$  e  $L_z = 3mm$  ao longo, respectivamente, dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Note que cada prisma que compõe a amostra é aproximado por quatro prismas justapostos do modelo interpretativo. A Figura 4.3 mostra a distribuição de magnetização estimada pelo nosso método. Esta distribuição fornece dados preditos (Figuras 4.2b, 4.2e, 4.2h e 4.2k) que recuperam os dados observados (Figuras 4.2a, 4.2d, 4.2g e 4.2j). O ajuste dos dados pode ser visto pelos histogramas normalizados (Figuras 4.2c, 4.2f, 4.2i e 4.2l) dos resíduos entre os dados preditos e os dados observados. Estes histogramas mostram valores não nulos de média  $\mu$  e diferentes desvios padrão  $\sigma$ .

Baseado em resultados obtidos com dados sintéticos, este ajuste pode estar relacionado com os problemas de desalinhamento. Provavelmente, os parâmetros  $\theta$ ,  $\Delta x'$  e  $\Delta y'$  (Figura 2.4 e Equações 2.22 e 2.23), que foram estimados através de tentativa e erro, não levaram a uma correção apropriada dos desalinhamentos ocorridos durante a aquisição dos dados. Estes problemas, contudo, podem ter sido agravados pela aparente imprecisão da posição do sensor durante a realização das medidas. Nós verificamos também com dados sintéticos que erros na distância sensor-amostra podem ter um impacto negativo nos resultados obtidos pelo nosso método.

Contudo, estes resultados não podem ser completamente desprezados por duas importantes características. A primeira diz respeito às intensidades de magnetização estimadas (Figura 4.3-a). Como podemos ver, as intensidades estimadas exibem um interessante padrão formado por ciclos bem definidos de valores baixos que são seguidos por três valores mais altos. Este ciclo se repete quatro vezes, coincidindo com o número de prismas que compõem a amostra. Os valores baixos de intensidade de magnetização estimada (Figura 4.3-a), bem como os correspondentes valores de inclinação e declinação (Figuras 4.3-b e 4.3-c), são representados por triângulos pretos. Este padrão marcante é consistente com a precipitação da magnetita durante a preparação da amostra. Esta precipitação causaria uma diminuição da concentração de magnetita no topo de cada um dos prismas, proporcionando uma concentração maior no fundo dos mesmos. A indução magnética produzida por essas zonas de baixa concentração devem estar sobrepostas pelas zonas onde a concentração é maior. Levando em consideração o efeito desta precipitação, consideramos espúrios os valores estimados nessas zonas de baixa concentração (triângulos pretos na Figura 4.3). A segunda característica importante da distribuição de magnetização estimada ao longo da amostra é referente aos valores de inclinação/declinação estimadas (Figuras 4.3-b e 4.3-c). Note que os valores estimados de inclinação (pontos azuis na Figura 4.3-b) nos quatros prismas que formam a amostra real são muito próximo aos

valores mostrados na Tabela 4.1. Por outro lado, os valores de declinação estimados (pontos azuis na Figura 4.3-c) são próximos aos valores mostrados na Tabela 4.1 nos prismas 0, 1 e 2, mas muito diferentes no prisma 3. Note que esta discrepância nos valores do prisma 3 não é um problema devido ao fato da inclinação estar próxima de  $90^\circ$  neste prisma.

Estes resultados mostram que, mesmo invertendo um conjunto de dados medidos por um protótipo de microscópio magnético e que foram, pelo menos aparentemente, contaminados com ruídos na posição do sensor, nosso método estimou uma distribuição de magnetização consistente com aquela que foi induzida ao longo dos prismas da amostra preparada em laboratório.

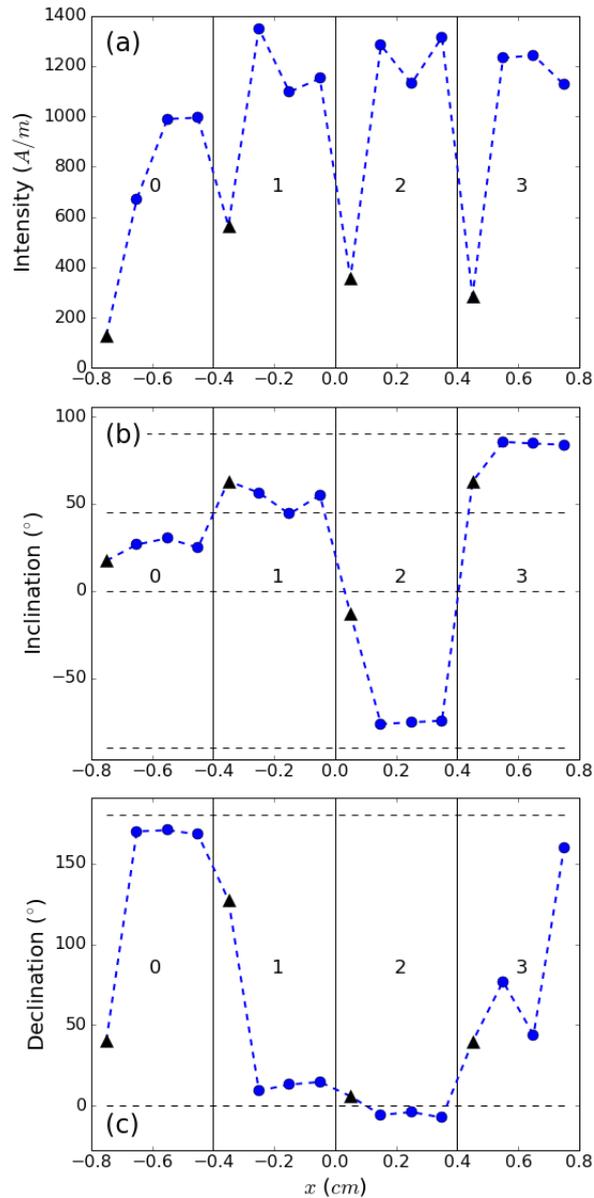


Figura 4.3: Distribuição de magnetização estimada. (a) Intensidade, (b) inclinação e (c) declinação. As linhas contínuas (em preto) representam cada um dos prismas que formam a amostra. Os números indicam os índices de cada um destes prismas (Figura 4.1-c e Tabela 4.1). As linhas horizontais tracejadas (em preto) em (b) indicam os valores  $-90^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . As linhas horizontais tracejadas (em preto) em (c) indicam os valores  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Os valores estimados que são representados pelos triângulos em preto são considerados espúrios devido a possível precipitação da magnetita.

# Capítulo 5

## Conclusões

Apresentamos um novo método para inverter dados de microscopia magnética de alta resolução com o propósito de estimar a distribuição de magnetização ao longo de uma amostra de rocha. O nosso método aproveita a geometria retangular da amostra para obter medidas da indução magnética em quatro planos perpendiculares ao redor da amostra. A utilização de dados sobre quatro planos, ao invés de um único plano acima da amostra, introduz mais informações ao sistema linear a ser resolvido, fazendo com que o problema seja melhor condicionado.

Resultados com dados sintéticos produzidos por simulações de amostras sintéticas mostram não só a boa performance do método em recuperar a distribuição de magnetização em situações ideais, mas também mostra a capacidade de recuperarmos a distribuição de magnetização quando há imprecisões na distância sensor-amostra e desalinhamentos durante a aquisição dos dados. Resultados com dados produzidos por uma da crosta ferro-manganesiana e uma amostra de espeleotema, ambas sintéticas, sugerem que o método pode ser aplicado no estudo de amostras geológicas reais. O método também foi aplicado para inverter dados experimentais produzidos por uma amostra fabricada em laboratório no intuito de estimarmos a sua distribuição de magnetização interna. Apesar dos problemas de desalinhamento durante a aquisição dos dados e também da presença aparente de ruído na posição do sensor, nosso método conseguiu estimar uma distribuição de magnetização consistente com aquela que foi induzida na amostra produzida em laboratório.

Estes resultados indicam que o método desenvolvido neste trabalho é uma alternativa não destrutiva para o estudo de amostras de rocha e pode ser um complemento a técnicas paleomagnéticas clássicas. Além dos testes apresentados aqui, é necessário elaborarmos testes mais aprofundados utilizando amostras geológicas ou amostras sintéticas feitas em laboratório para que se possa validar nossa abordagem. Além disso, é necessário também avaliarmos novas abordagens para o estudo dos efeitos do ruído na posição do sensor e também o desenvolvimento de técnicas automáticas de pré-processamento. Presumindo que a magnetização da amostra

varia ao longo de um eixo, nós estamos implicitamente restringindo a aplicação da nossa metodologia a amostras retangulares que tem o sentido de crescimento perpendicular à laminação da amostra de rocha. Uma outra abordagem interessante seria generalizarmos a metodologia para formas mais complexas de distribuição de magnetização.

# Referências Bibliográficas

- Aster, R. C., Borchers, B., and Thurber, C. H. (2005). *Parameter Estimation and Inverse Problems, Volume 90 (International Geophysics)*. Academic Press.
- Baratchart, L., Hardin, D. P., Lima, E. A., Saff, E. B., and Weiss, B. P. (2013). Characterizing kernels of operators related to thin-plate magnetizations via generalizations of Hodge decompositions. *Inverse Problems*, 29(1):015004(29pp).
- Barnes, G. and Lumley, J. (2011). Processing gravity gradient data. *GEOPHYSICS*, 76(2):I33–I47.
- Baudenbacher, F., Fong, L. E., Holzer, J. R., and Radparvar, M. (2003). Monolithic low-transition-temperature superconducting magnetometers for high resolution imaging magnetic fields of room temperature samples. *Appl. Phys. Lett.*, 82(20):3487–3489.
- Butler, R. F. and Banerjee, S. K. (1975). Theoretical single-domain grain size range in magnetite and titanomagnetite. *Journal of Geophysical Research*, 80(29):4049–4058.
- Clark, D. (1997). Magnetic petrophysics and magnetic petrology: aids to geological interpretation of magnetic surveys. *AGSO Journal of Australian Geology and Geophysics*, 17:83–104.
- Collinson, D. (1983). *Methods in rock magnetism and palaeomagnetism techniques and instrumentation*. Chapman and Hall.
- Cordell, L. (1992). A scattered equivalent source method for interpolation and gridding of potential field data in three dimensions. *GEOPHYSICS*, 57(4):629–636.
- Dampney, C. N. G. (1969). The equivalent source technique. *GEOPHYSICS*, 34(1):39–53.

- Dunlop, D. J. and Kletetschka, G. (2001). Multidomain hematite: A source of planetary magnetic anomalies? *Geophysical Research Letters*, 28(17):3345–3348.
- Dunlop, D. J. and Özdemir (1997). *Rock Magnetism*. Cambridge University Press. Cambridge Books Online.
- Egli, R. and Heller, F. (2000). High-resolution imaging using a high-*t<sub>c</sub>* superconducting quantum interference device (squid) magnetometer. *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 105(B11):25709–25727.
- Emilia, D. A. (1973). Equivalent sources used as an analytic base for processing total magnetic field profiles. *GEOPHYSICS*, 38(2):339–348.
- Fong, L. E., Holzer, J. R., McBride, K. K., Lima, E. A., Baudenbacher, F., and Radparvar, M. (2005). High-resolution room-temperature sample scanning superconducting quantum interference device microscope configurable for geological and biomagnetic applications. *Review of Scientific Instruments*, 76(5):053703.
- Fu, R., Lima, E., and Weiss, B. (2014). No nebular magnetization in the allende {CV} carbonaceous chondrite. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 404:54–66.
- Gattacceca, J., Boustie, M., Weiss, B. P., Rochette, P., Lima, E. A., Fong, L. E., and Baudenbacher, F. J. (2006). Investigating impact demagnetization through laser impacts and squid microscopy. *Geology*, 34(5):333–336.
- Guspí, F. and Novara, I. (2009). Reduction to the pole and transformations of scattered magnetic data using newtonian equivalent sources. *GEOPHYSICS*, 74(5):L67–L73.
- Hankard, F., Gattacceca, J., Fermon, C., Pannetier-Lecoeur, M., Langlais, B., Quesnel, Y., Rochette, P., and McEnroe, S. A. (2009). Magnetic field microscopy of rock samples using a giant magnetoresistance–based scanning magnetometer. *Geochem., Geophys., Geosyst.*, 10(10).
- Hansen, R. O. and Miyazaki, Y. (1984). Continuation of potential fields between arbitrary surfaces. *GEOPHYSICS*, 49(6):787–795.
- Hilgen, F., Lourens, L., Dam, J. V., Beu, A., Boyes, A., Cooper, R., Krijgsman, W., Ogg, J., Piller, W., and Wilson, D. (2012). Chapter 29 - the neogene period. In Gradstein, F. M., , Ogg, J. G., Schmitz, M. D., , and Ogg, G. M., editors, *The Geologic Time Scale*, pages 923 – 978. Elsevier, Boston.

- Kara, I., Bal, O. T., Tur, H., and Ates, A. (2014). A new efficient method for topographic distortion correction, analytical continuation, vertical derivatives and using equivalent source technique: Application to field data. *Journal of Applied Geophysics*, 106:67–76.
- Kletetschka, G., Schnabl, P., Šifnerová, K., Tasáryová, Z., Manda, t., and Pruner, P. (2012). Magnetic scanning and interpretation of paleomagnetic data from Prague Synform’s volcanics. *Stud Geophys Geod*, 57(1):103–117.
- Kletetschka, G., Wasilewski, P. J., and Taylor, P. T. (2000). Unique thermoremanent magnetization of multidomain sized hematite: Implications for magnetic anomalies. *Earth and Planetary Science Letters*, 176(3–4):469 – 479.
- Lascu, I. and Feinberg, J. M. (2011). Speleothem magnetism. *Quaternary Science Reviews*, 30(23–24):3306 – 3320.
- Leão, J. W. D. and Silva, J. B. C. (1989). Discrete linear transformations of potential field data. *GEOPHYSICS*, 54(4):497–507.
- Li, Y., Nabighian, M., and Oldenburg, D. W. (2014). Using an equivalent source with positivity for low-latitude reduction to the pole without striation. *GEOPHYSICS*, 79(6):J81–J90.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W. (2010). Rapid construction of equivalent sources using wavelets. *GEOPHYSICS*, 75(3):L51–L59.
- Lima, E. A., Bruno, A. C., Carvalho, H. R., and Weiss, B. P. (2014). Scanning magnetic tunnel junction microscope for high-resolution imaging of remanent magnetization fields. *Measurement Science and Technology*, 25(10):105–401.
- Lima, E. A., Weiss, B. P., Baratchart, L., Hardin, D. P., and Saff, E. B. (2013). Fast inversion of magnetic field maps of unidirectional planar geological magnetization. *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 118(6):2723–2752.
- Mareschal, J. C. (1985). Inversion of potential field data in fourier transform domain. *Geophysics*, 50(4):685–691.
- McElhinny, M. W. and McFadden, P. L. (2000). *Paleomagnetism: continents and oceans*. Academic press.
- Mendonça, C. A. (1992). *Interpolação de dados de campo potencial através da camada equivalente*. PhD thesis, Universidade Federal do Pará, Belém do Pará, Brazil.

- Nagy, D., Papp, G., and Benedek, J. (2000). The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 74(7-8):552–560.
- Oda, H., Usui, A., Miyagi, I., Joshima, M., Weiss, B. P., Shantz, C., Fong, L. E., McBride, K. K., Harder, R., and Baudenbacher, F. J. (2011). Ultrafine-scale magnetostratigraphy of marine ferromanganese crust. *Geology*, 39(3):227–230.
- Oliveira Jr., V. C., Barbosa, V. C. F., and Uieda, L. (2013). Polynomial equivalent layer. *GEOPHYSICS*, 78(1):G1–G13.
- Osete, M.-L., Martín-Chivelet, J., Rossi, C., Edwards, R. L., Egli, R., Muñoz-García, M. B., Wang, X., Pavón-Carrasco, F. J., and Heller, F. (2012). The blake geomagnetic excursion recorded in a radiometrically dated speleothem. *Earth and Planetary Science Letters*, 353–354:173 – 181.
- Perkins, A. and Maher, B. (1993). Rock magnetic and palaeomagnetic studies of british speleothems. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 45:143–153.
- Silva, J. B. C. (1986). Reduction to the pole as an inverse problem and its application to low-latitude anomalies. *GEOPHYSICS*, 51(2):369–382.
- Strauss, B. E., Strehlau, J. H., Lascu, I., Dorale, J. A., Penn, R. L., and Feinberg, J. M. (2013). The origin of magnetic remanence in stalagmites: Observations from electron microscopy and rock magnetism. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 14(12):5006–5025.
- Thompson, R. and Oldfield, F. (1986). *Environmental Magnetism*. Springer Netherlands.
- Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y. (1977). *Solutions of Ill-Posed Problems (Scripta series in mathematics)*. V. H. Winston & Sons.
- Uehara, M. and Nakamura, N. (2007). Scanning magnetic microscope system utilizing a magneto-impedance sensor for a nondestructive diagnostic tool of geological samples. *Rev. Sci. Instrum.*, 78(4).
- Uehara, M. and Nakamura, N. (2008). Identification of stable remanence carriers through a magneto-impedance scanning magnetic microscope. *Stud. Geophys. Geod.*, 52(2):211–223.
- Usui, Y., Uehara, M., and Okuno, K. (2012). A rapid inversion and resolution analysis of magnetic microscope data by the subtractive optimally localized averages method. *Comput. Geosci.*, 38(1):145–155.

- Van Der Voo, R. (1993). *Paleomagnetism of the Atlantic, Tethys and Iapetus oceans*.
- Von Frese, R. R. B., Hinze, W. J., and Braile, L. W. (1981). Spherical earth gravity and magnetic anomaly analysis by equivalent point source inversion. *Earth and Planetary Science Letters*, 53(1):69 – 83.
- Weiss, B. P., Lima, E. A., Fong, L. E., and Baudenbacher, F. J. (2007a). Paleointensity of the earth’s magnetic field using {SQUID} microscopy. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 264(1–2):61–71.
- Weiss, B. P., Lima, E. A., Fong, L. E., and Baudenbacher, F. J. (2007b). Paleomagnetic analysis using squid microscopy. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B9):n/a–n/a. B09105.