

REALCE E DETECÇÃO DE FEIÇÕES MAGNÉTICAS ATRAVÉS DO SINAL
MONOGÊNICO NO ESPAÇO-ESCALA DE POISSON: FUNDAMENTOS E
PRINCÍPIOS

Marlon Cabrera Hidalgo-Gato

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional/MCTI, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Ciências.

Orientador: Valéria Cristina Ferreira
Barbosa

Rio de Janeiro

Julho de 2015

“REALCE E DETECÇÃO DE FEIÇÕES MAGNÉTICAS ATRAVÉS DO SINAL
MONOGÉNICO NO ESPAÇO-ESCALA DE POISSON: FUNDAMENTOS E
PRINCÍPIOS”

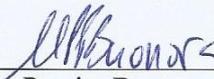
MARLON CABRERA HIDALGO-GATO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-
GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM GEOFÍSICA.

Aprovada por:



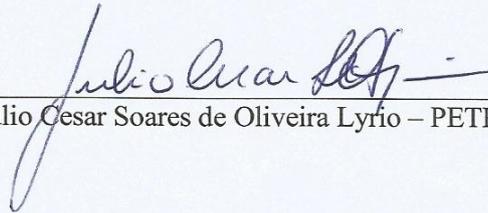
Dra. Valeria Cristina Ferreira Barbosa – ON/MCTI
(orientador)



Dr. Marco Polo Pereira Buonora – PETROBRAS



Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior – ON/MCTI



Dr. Julio Cesar Soares de Oliveira Lyrio – PETROBRAS

RIO DE JANEIRO – BRASIL

Hidalgo-Gato, Marlon

Realce e detecção de feições magnéticas através do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson: Fundamentos e princípios/Marlon Cabrera Hidalgo-Gato. – Rio de Janeiro: ON/MCTI, 2015.

XII, 72 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Dissertação (Mestrado) – ON/MCTI/Programa de Pós-graduação em Geofísica, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 62 – 64.

1. Métodos Potenciais. 2. Processamento de Sinais 3. Técnicas de Realce. I. Ferreira Barbosa, Valéria Cristina. II. Observatório Nacional/MCTI, Programa de Pós-graduação em Geofísica. III. Realce e detecção de feições magnéticas através do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson: Fundamentos e princípios/Marlon Cabrera Hidalgo-Gato. – Rio de Janeiro: ON/MCTI, 2015.

A meus pais

Agradecimentos

Agradeço a minha família e, principalmente a meus pais por todo o apoio e confiança durante esta jornada.

A minha orientadora Dra. Valéria C. F. Barbosa por confiar e incentivar esta divertida jornada de aprendizado e por me guiar durante os primeiros anos de pesquisa.

Ao Observatório Nacional e a todos os professores e colaboradores do instituto.

Aos membros da banca por aceitarem avaliar e aperfeiçoar a finalização deste trabalho.

A CGG-Multi Physicsics Brazil e, principalmente ao grupo de pesquisa e desenvolvimento da Lasa pelo apoio e incentivo.

A Sinochem e a CGG por permitir a utilização do dado real.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional/MCTI como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

REALCE E DETECÇÃO DE FEIÇÕES MAGNÉTICAS ATRAVÉS DO SINAL MONOGÊNICO NO ESPAÇO-ESCALA DE POISSON: FUNDAMENTOS E PRINCÍPIOS

Marlon Cabrera Hidalgo-Gato

Julho/2015

Orientador: Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Programa: Geofísica

Neste trabalho apresentamos os princípios da decomposição de um dado potencial utilizando o sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com filtro passa-banda e a sua aplicação na filtragem e realce de anomalias de baixa intensidade e com alto conteúdo de ruído. O sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com filtro passa-banda é definido como um vetor tridimensional composto pelo dado representado no espaço-escala de Poisson filtrado por um passa-banda e pelas componentes r_x e r_y da sua transformada de Riesz de primeira ordem. No domínio do número de onda, mostramos que a transformada de Riesz de um dado potencial é definida pela multiplicação do filtro de derivação horizontal de primeira ordem pelo filtro de integração vertical de primeira ordem. Este cálculo é estável fazendo com que as componentes da transformada de Riesz de primeira ordem sejam insensíveis ao ruído dos dados. A representação no espaço-escala de Poisson do dado com filtro de passa-banda é realizada, no domínio do número de onda, calculando-se a diferença entre dois filtros de continuação para cima do dado a dois níveis de continuação distintos. A partir da representação em coordenadas Cartesianas do vetor sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com filtro passa-banda são definidos três novos filtros: 1) a amplitude local, 2) a orientação local e 3) a fase local. Testes em dados sintéticos mostraram a vantagem de se utilizar a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson como um filtro de equalização de anomalias de diferentes intensidades. Adicionalmente, em dados

magnéticos não reduzidos ao polo, este filtro é eficaz na delimitação de estruturas geológicas bidimensionais tais como, lineamentos, falhas e contatos. Teste com dados aeromagnéticos reais de alta resolução na Bacia do Pará-Maranhão na margem equatorial brasileira mostrou que a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson tem um melhor desempenho que o filtro “tilt-angle” no realce de lineamentos no sentido E-W associados à expressão magnética da zona de fratura de São Paulo que cortam a crosta continental.

Abstract of the Dissertation presented to Observatório Nacional/MCTI as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (MsSc.)

EDGE ENHANCEMENT OF POTENTIAL FIELD DATA IN THE POISSON SCALE-SPACE MONOGENIC SIGNAL: FUNDAMENTALS AND PRINCIPLES

Marlon Cabrera Hidalgo-Gato

Julho /2015

Advisor: Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Department: Geophysics

We have presented the principles of potential-field data decomposition in the Poisson scale-space monogenic signal with a band-pass filter and its applications to enhance weak and noisy anomalies. The Poisson scale-space monogenic signal with a band-pass filter is a 3D vector whose elements are the Poisson representation of the band-pass filtered data and its r_x and r_y components of the first order Riesz transform. In the wavenumber domain, we showed that these components are the multiplication of the Fourier transform of the filtered data by a Fourier-domain kernel, which in turn is the multiplication of the first-order horizontal derivative filter by the first-order vertical integral filter. This operation is stable making the components of the first-order Riesz transform quite insensitive to noise. The Poisson scale-space representation of the band-pass filtered data is given, in the wavenumber domain, by the difference between two upward continuations of the data at two at two continuation heights. By representing the Poisson scale-space monogenic signal with a band-pass filter in Cartesian coordinates, we can define three new filters: 1) the amplitude, 2) the orientation and 3) the phase. Tests on synthetic data showed the advantage of using the phase in the Poisson scale-space monogenic signal to enhance both strong and weak anomalies. In addition, if the data has not been correctly reduced to the north magnetic pole, the phase in the Poisson scale-space monogenic signal can be used to delineate geological structures produced by 2D sources like lineaments, faults and geological contacts. We applied the phase in the Poisson scale-space monogenic signal to real magnetic data from the Pará-Maranhão Basin in the Brazilian equatorial margin. Our test showed that the local phase in the monogenic scale space has a better performance than the tilt angle in enhancing the east–west lineaments produced by the magnetic expressions of the Saint Paul Fracture Zone cutting the continental margin.

Sumário

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA.....	18
2.1 - O SINAL MONOGÊNICO.....	18
2.2 - A TRANSFORMADA DE RIESZ.....	20
2.3 - A TRANSFORMADA DE RIESZ NO DOMÍNIO DO ESPAÇO.....	21
2.4 - A TRANSFORMADA DE RIESZ NO DOMÍNIO DE FOURIER.....	22
2.5 - O SINAL MONOGÊNICO NO ESPAÇO-ESCALA DE POISSON.....	23
2.6 - A ESCOLHA DOS PARÂMETROS h_c E h_f	23
CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DO SINAL MONOGÊNICO EM FUNÇÕES	
HARMÔNICAS	29
3.1 - RELAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	29
3.2 - A TRANSFORMADA DE RIESZ DO DADO GRAVIMÉTRICO.....	30
3.3 - A TRANSFORMADA DE RIESZ DO DADO MAGNETOMÉTRICO.....	31
3.4 – AMPLITUDE E FASE DO SINAL MONOGÊNICO VERSUS AMPLITUDE DO SINAL ANALÍTICO E “TILT ANGLE”.....	32
3.5 - ANÁLISE DIMENSIONAL.....	35
CAPÍTULO 4 – TESTES SINTÉTICOS.....	36

4.1 - MÚLTIPLOS BLOCOS A DIFERENTES PROFUNDIDADES	36
4.2 - CORPO INCLINADO ISOLADO.....	39
4.3 - EMBASAMENTO MAGNÉTICO.....	42
4.4 – ANÁLISE DA FASE DO SINAL MONOGÊNICO NO ESPAÇO-ESCALA DE POISSON.....	50
CAPÍTULO 5 – TESTE EM DADO REAL.....	52
5.1 – GEOLOGIA DA BACIA DO PARÁ-MARANHÃO	52
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	58
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	60
APÊNDICE A	63
A.1 - TRANSFORMADA DE HILBERT.....	63
A.2 - FUNÇÃO ANALÍTICA.....	66
APÊNDICE B	68
B.1 – TESTE NUMÉRICO DA IMPLEMENTAÇÃO.....	69
B.2: ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO SINAL MONOGÊNICO NO ESPAÇO-ESCALA DE POISSON EM PYTHON 2.7.....	71

Lista de Figuras

- Figura 2.1: Representação do vetor monogênico (\mathbf{m} , equação 2.1) e sua decomposição em amplitude (A , equação 2.2), orientação (θ , equação 2.2) e fase (φ equação 2.4). 19
- Figura 2.2: Núcleos de Riesz de primeira ordem nas direções x e y , respectivamente. 21
- Figura 2.3: Representações no espaço-escala de Poisson da função de dados original (sinal original) em $h = 0$ 25
- Figura 3.1: Filtragem da anomalia de campo total (a) produzida por um contato geológico vertical localizado na coordenada $x = 0$ m com (b) “tilt angle” e (c) com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com parâmetros $hc = 10$ e $hf = 5$ 34
- Figura 4.1: Teste sintético de múltiplos blocos. (a) Modelo de blocos com contatos verticais e magnetização constante induzida no polo norte magnético. (b) Anomalia de campo total produzida pelos corpos de 1 a 7 corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 5 nT. 37
- Figura 4.2: Filtragem da anomalia de campo total da Figura 4.1a com (a) Amplitude do sinal monogênico, (b) amplitude do sinal analítico (ASA), (c) fase do sinal monogênico e (d) “tilt angle”. A amplitude e a fase do sinal monogênico foram calculadas no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda com $hc = 0,15$ km e $hf = 0,1$ km. 39
- Figura 4.3: (a) Corpo com mergulho de 45° para leste localizado entre 200 e 2700 m de profundidade. (b) Anomalia de campo total resultante corrompida com ruído e calculada em uma malha de 200 x 200 pontos a uma altura constante de 150 m. As linhas tracejadas na cor preta mostram a projeção horizontal das bordas do corpo em subsuperfície. 40
- Figura 4.4: Resultado da filtragem da anomalia de campo total da Figura 4.3b com: (a) Amplitude do sinal analítico 3D (superfície inferior) e amplitude do sinal monogênico (superfície superior) e (b) “tilt angle” (superfície

	inferior) e fase do sinal monogênico (superfície superior). A amplitude e a fase do sinal monogênico foram calculadas no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda, usando $h_c = 0,5$ km e $h_f = 0,4$ km, através das equações 2.20 e 2.22, respectivamente.	42
Figura 4.5:	Modelo de blocos sintéticos simulando o embasamento magnético de uma clássica margem passiva com falhas normais sintéticas mergulhando para o norte. Os números de 1 a 8 indicam os contatos geológicos (falhas) e a superfície superior representa a batimetria.....	44
Figura 4.6:	Anomalia de campo total sintética calculada do embasamento simulado da Figura 4.5 e corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 10 nT. Linhas tracejadas indicam as projeções horizontais das falhas identificadas pelos números de 1-8 na Figura 4.5.....	45
Figura 4.7:	Filtragem com amplitude do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda usando $h_c = 0,4$ km e $h_f = 0,2$ km (equação 2.20) (a) e amplitude do sinal analítico ASA (b). Linhas tracejadas indicam as projeções horizontais das falhas identificadas pelos números de 1-8 na Figura 4.5.	46
Figura 4.8:	Filtragem com DPF da anomalia de campo total da Figura 4.6 utilizando parâmetro $b = 0,00035$ e superfície batimétrica da Figura 4.5. Linhas tracejadas as indicam as projeções horizontais das falhas identificadas pelos números de 1-8 na Figura 4.5.	48
Figura 4. 9:	Modelo sintético de bacia do tipo margem passiva com falhas normais mergulhando para norte. Contatos geológicos (falhas) numerados de 1 a 8. Filtragem da anomalia de campo total com (a) “tilt angle”, (b) fase do sinal monogênico e (c) fase do sinal monogênico do DPF. A fase do sinal monogênico foi calculada no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda, usando $h_c = 0,4$ km e $h_f = 0,2$ km através da equação 2.22.....	49
Figura 5.1:	Mapa da Bacia do Pará-Maranhão com as principais feições. As linhas pretas são as zonas de transferência de São Paulo (ramo norte e sul) ao norte e de Romanche ao sul. As linhas vermelhas são as linhas de charneiras das bacias e as linhas verdes o possível limite crosta continental-crosta oceânica. Os polígonos verdes representam intrusões ígneas tabulares (extraído de ZALÁN, 2011).....	53

Figura 5.2: Mapa de localização da área de estudo na Bacia do Para-Maranhão na Margem Equatorial Brasileira com a anomalia de campo total no detalhe. As linhas tracejadas brancas representam a projeção da bifurcação da ramificação sul da zona de transferência de São Paulo interpretada por Zalán (2011).	55
Figura 5.3: Resultado da filtragem da anomalia de campo total (Figura 5.2) com (a) “tilt angle” e (b) fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com parâmetros de escala $hc = 0,5$ km e $hf = 0,4$ km. As linhas tracejadas pretas representam a projeção da ramificação sul da zona de transferência de São Paulo interpretada por Zalán (2011).	57
Figura A.1: Função de entrada $f(x)$ (linhas azuis) e a amplitude da sua transformada de Hilbert (linhas verde).....	67
Figura B.1: Fluxograma do algoritmo da transformada de Riesz de primeira ordem para o cálculo da amplitude (equação 2.20), orientação (equação 2.21) e fase (equação 2.22) do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson da função de dados $f(x, y)$ utilizando o filtro passa-banda.	69
Figura B.2: Função sintética atenuada e a amplitude e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com $hc = 0.4$ e $hf = 0.2$. (a) função sintética, (b) amplitude (equação 2.20) e (c) fase (equação 2.21).....	70

Capítulo 1

Introdução

Os filtros de realce são utilizados na interpretação de estruturas geológicas em dados magnéticos e gravimétricos. Estes filtros são comumente divididos em filtros de derivadas e filtros de fase. Existe uma variada gama de filtros propostos nestas duas categorias. Dentro dos filtros de derivada, o gradiente total ou mais comumente chamado de amplitude do sinal analítico 3D, é o mais utilizado e difundido na comunidade científica e na indústria.

Nabighian (1972) definiu o sinal analítico 2D utilizando a transformada de Hilbert e provou que, para uma fonte bidimensional, a amplitude do sinal analítico é independente do vetor de magnetização e do campo indutor. Devido à característica dipolar do dado magnético, e consequentemente à dificuldade de interpretação em diferentes latitudes, esta técnica se tornou uma ferramenta de suma utilidade. Nabighian (1984) definiu o sinal analítico 3D utilizando a transformada generalizada de Hilbert e provou a sua relação com as componentes horizontais e verticais de um campo potencial. Baseado nos resultados de Nabighian (1972) e Nabighian (1984), Roest, Verhoef, e Pilkington (1992) propuseram a amplitude do sinal analítico como a amplitude do vetor gradiente total de um dado magnético $f(x, y, z) \equiv f$, i.e.,

$$ASA(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial x} f\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} f\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z} f\right)^2}.$$

Esta quantidade, na verdade, não é a clássica definição do sinal analítico definida por Nabighian (1984). Ainda de maior gravidade é a confusão que se criou ao correlacionar

resultados provenientes da metodologia 2D para o caso 3D. Autores como Quin (1994), Blakely (1995) e MacLeod et al. (1993), entre outros, mencionam que a amplitude do sinal analítico 3D é independente do vetor magnetização. Li (2006) provou numericamente que estas conclusões são errôneas e que a amplitude do sinal analítico produzida por fontes tridimensionais é dependente do vetor magnetização e do campo indutor. Além disto, Li (2006) apontou que, mesmo para fontes bidimensionais, a localização dos máximos locais da função $ASA(x, y)$ varia com a profundidade e o ângulo de mergulho da fonte.

Outros filtros, como os propostos por Hsu, Sibuet e Shyu (1996), Fedi e Florio (2001) e Cooper e Cowan (2007) também se baseiam nas derivadas do dado. Estes autores propuseram filtros baseados em derivadas de segunda ordem. Além dos problemas interpretativos e conceituais clássicos, os filtros baseados nas derivadas possuem baixo desempenho quando se deseja realçar anomalias produzidas por fontes rasas e profundas simultaneamente. Adicionalmente, na presença de ruído, o cálculo da derivada vertical se torna muito instável, amplificando as altas frequências e conseqüentemente comprometendo o resultado do filtro. Matematicamente, quanto maior o grau de derivação, principalmente na vertical, maior a instabilidade do filtro de derivada.

Para lidar com anomalias fracas e fortes igualmente, os filtros de fase têm sido utilizados no realce de curtos e longos comprimentos de onda, produzidos por fontes rasas e profundas. No caso do dado gravimétrico ou de dados magnéticos reduzidos ao polo, estes filtros funcionam como um ganho automático que equaliza a resposta de fontes de diferentes intensidades. Exemplos destes tipos de filtros encontram-se em Thurston e Smith (1997), Miller e Singh (1994), Verduzco et al. (2004), Wijns, Perez e Kiwalczyk (2005), Cooper e Cowan (2006) e Zhang et al. (2014). O filtro de fase mais utilizado e difundido por geofísicos e intérpretes é o “tilt angle”, definido por Miller e Singh (1994) como,

$$TILT(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial z} f}{\sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial x} f\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} f\right)^2}} \right),$$

em que $f(x, y, z) \equiv f$ é a anomalia de campo total ou componente vertical da aceleração da gravidade.

Na interpretação de dados magnéticos a função TILT é muito utilizada na delimitação de lineamentos, falhas e contatos geológicos. Outra aplicação, em dados gravimétricos e magnéticos reduzidos ao polo, é no realce de estruturas profundas e de longo comprimento de onda. Nestes casos, o contorno de valor zeros da função TILT coincide com as bordas das fontes. No entanto, Santos et al. (2012) provaram que, na prática, o processo de filtragem com a função TILT pode resultar na suavização e perda de informação de anomalias de baixa amplitude. Este processo pode ser ainda pior quando o dado possui uma componente de ruído considerável. Portanto, o realce de anomalias ruidosas, sejam gravimétricas ou magnéticas produzidas por corpos rasos e profundos, tem sido um desafio para geofísicos.

O sinal monogênico foi proposto inicialmente por Felsberg e Sommer (2001). A função complexa formada pela combinação de uma função $f(x) \rightarrow R$ na parte real e sua transformada 1D de Hilbert na parte imaginária é chamada de sinal analítico. Do mesmo modo, a combinação complexa de uma função $f(x, y) \rightarrow R$ com sua transformada de Riesz é chamado de sinal monogênico (DONG e KUANG, 2015). Felsberg e Sommer (2001) afirmam que, o sinal monogênico, na verdade é uma generalização do sinal analítico, sendo expresso como um vetor 3D dado por

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} f \\ r_x \\ r_y \end{bmatrix},$$

em que $f(x, y)$ é o sinal, e r_x e r_y são as componentes da transformada de Riesz de primeira ordem da função $f(x, y)$ nas direções x e y respectivamente.

Recentemente, Hassan e Yalamanchili (2013) introduziram o sinal monogênico para realçar e interpretar fontes magnéticas profundas. Em contraste com Hassan e Yalamanchili (2013), este trabalho utiliza a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson para realçar contatos geológicos, lineamentos e bordas de corpos geológicos. Foram realizados

uma série de testes em dados sintéticos e reais e fornecidas as diretrizes metodológicas da ferramenta em métodos potenciais. Mediante a filtragem com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson foi possível delinear corpos rasos e profundos através da anomalia de campo total. Adicionalmente, testes em dados reais da Bacia do Pará-Maranhão mostraram uma ótima correlação entre lineamentos geológicos, previamente interpretados em trabalhos anteriores, e a anomalia de campo total filtrada com a fase do sinal monogênico.

Esta dissertação está dividida em seis capítulos. No próximo capítulo é apresentada a metodologia do sinal monogênico e do espaço-escala de Poisson. No capítulo subsequente são deduzidas as relações entre o sinal monogênico e funções harmônicas e abertas as discussões relacionadas ao processo de filtragem com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson. Os capítulos 4 e 5 apresentam os testes da metodologia proposta em dados sintéticos e reais, respectivamente. Por último, encerramos as discussões resumindo as conclusões obtidas neste trabalho.

Capítulo 2

Metodologia

2.1 - O Sinal Monogênico

O sinal monogênico é uma ferramenta utilizada no processamento de sinais para realçar feições e estruturas em imagens. Felsberg e Sommer (2001) introduziram o sinal monogênico como sendo a combinação entre o sinal original e suas transformadas de Riesz de primeira ordem nas direções x e y . A transformada de Riesz será definida na próxima subseção.

Seja $f(x, y) \equiv f$ a função de dados (sinal original), como por exemplo a anomalia de campo total sobre um plano horizontal, o sinal monogênico é um vetor 3D definido por

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} f \\ r_x \\ r_y \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

em que r_x e r_y são as componentes da transformada de Riesz de primeira ordem da função f nas direções x e y , respectivamente.

Considerando a representação do vetor sinal monogênico (equação 2.1) num sistema de coordenadas Cartesianas (Figura 2.1), é possível definir a amplitude A do sinal monogênico como

$$A(x, y) = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + f^2}, \quad (2.2)$$

a orientação θ do sinal monogênico como

$$\theta(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{r_y}{r_x} \right), \quad (2.3)$$

e, a fase φ do sinal monogênico como

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}{f} \right). \quad (2.4)$$

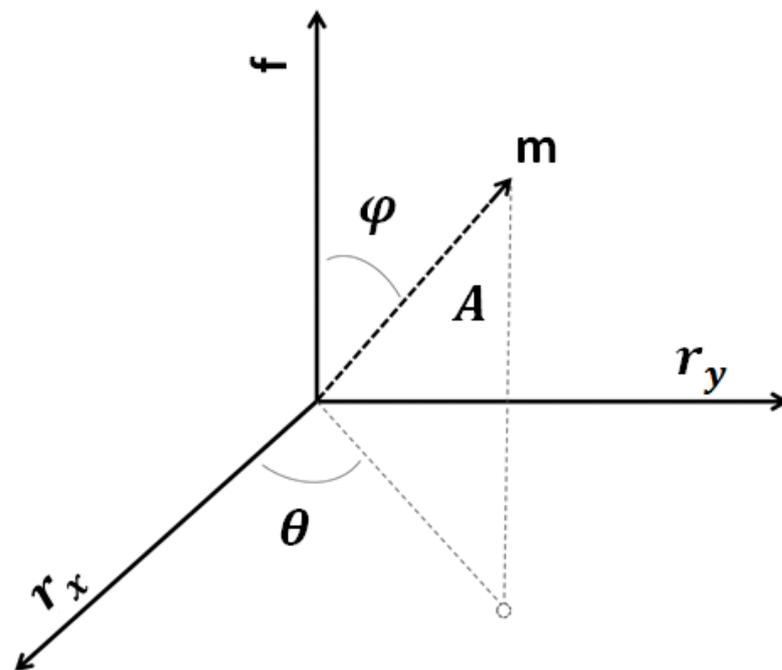


Figura 2.1: Representação do vetor monogênico (\mathbf{m} , equação 2.1) e sua decomposição em amplitude (A , equação 2.2), orientação (θ , equação 2.2) e fase (φ , equação 2.4).

A fase do sinal monogênico (equação 2.4) é o filtro de realce que será usado como base deste trabalho. A seguir, vamos apresentar primeiro a definição da transformada de Riesz de primeira ordem e o cálculo das suas componentes r_x e r_y no domínio do espaço e do número de onda.

2.2- A transformada de Riesz

A transformada de Riesz é a extensão bidimensional da transformada de Hilbert 1D (Apêndice A) para funções do tipo $f(x, y)$ de $R^2 \rightarrow R$. Por conveniência matemática, escrevemos as coordenadas da função $f(x, y)$ no plano complexo, tal que $f(z) \in L^2\mathbb{C} \rightarrow R$ com $z = x + iy$ e $i = \sqrt{-1}$. A transformada de Riesz de ordem n é definida como (FELSBURG e SOMMER, 2001) como:

$$R^n\{f(z)\} = -\frac{n}{2\pi} \int_{\tau \in \mathbb{C}} \frac{f(\tau)}{(z-\tau)^n \|z-\tau\|^{2-n}} d\tau, \quad (2.5)$$

em que $\tau \in \mathbb{C}$ com $\tau = \tau_x + i\tau_y$.

A transformada de Riesz de primeira ordem é obtida a partir da equação 2.5 usando $n = 1$, i.e.,

$$R^1\{f(z)\} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\tau \in \mathbb{C}} \frac{x-\tau_x}{\|z-\tau\|^3} f(\tau) d\tau + i \frac{1}{2\pi} \int_{\tau \in \mathbb{C}} \frac{y-\tau_y}{\|z-\tau\|^3} f(\tau) d\tau, \quad (2.6)$$

que por sua vez pode ser reescrita como

$$R^1\{f(z)\} = -r_x\{f(x, y)\} + ir_y\{f(x, y)\}, \quad (2.7)$$

em que r_x e r_y são as componentes da transformada de Riesz de primeira ordem da função de dados $f(x, y) \equiv f$, respectivamente, nas direções x e y .

A equação 2.7 mostra que a transformada de Riesz de primeira ordem pode ser calculada através das componentes r_x e r_y . Numericamente, as componentes r_x e r_y podem ser computadas de dois modos independentes. O primeiro modo é realizado no domínio do espaço e o segundo no domínio de Fourier como descritos a seguir.

2.3- A transformada de Riesz no domínio do Espaço

No domínio do espaço, as componentes r_x e r_y da transformada de Riesz de primeira ordem da função de dados f são, respectivamente,

$$r_x = \frac{x}{2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} * f, \quad (2.8)$$

e

$$r_y = \frac{y}{2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} * f, \quad (2.9)$$

em que o asterisco (*) é o operador de convolução e as funções $\frac{x}{2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ e $\frac{y}{2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ são os núcleos de Riesz nas direções x e y , respectivamente .

A Figura 2.2 mostra uma visualização tridimensional dos núcleos de Riesz nas direções x e y , respectivamente. Estes núcleos são utilizados para o cálculo numérico da transformada de Riesz de primeira ordem no domínio do espaço (equação 2.7). Note, nas equações 2.8 e 2.9, a existência de uma singularidade no ponto $(0,0)$. Por este motivo a transformada de Riesz é definida segundo o valor principal de Cauchy. Computacionalmente, este problema será contornado, no domínio do espaço, pela introdução do espaço-escala de Poisson (FELSBERG e SOMMER, 2004).

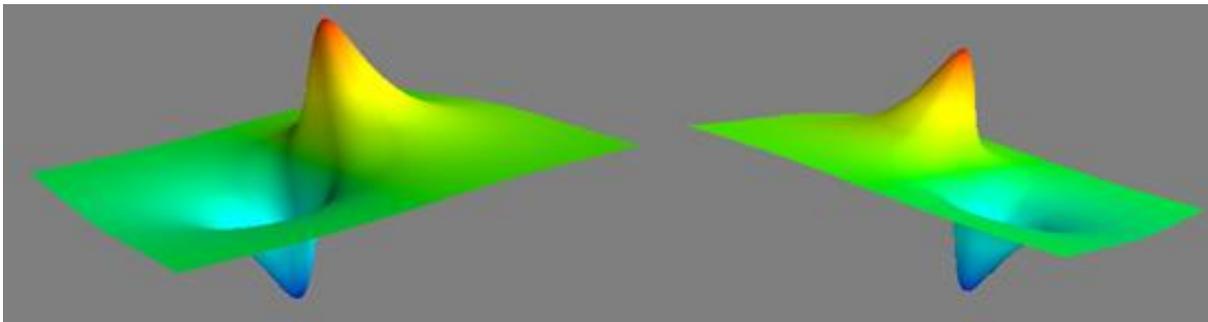


Figura 2.2: Núcleos de Riesz de primeira ordem $\frac{x}{2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ (esquerda) e $\frac{y}{2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ (direita)

nas direções x e y , respectivamente.

2.4- A transformada de Riesz no domínio de Fourier

Vamos assumir que a função de dados f e as suas componentes r_x e r_y da transformada de Riesz de primeira ordem possuam transformadas de Fourier dadas por F , R_u e R_v , respectivamente. Utilizando o teorema da convolução, em que a operação de convolução se torna uma multiplicação no domínio de Fourier, e utilizando as transformadas de Fourier (\mathcal{F}) dos núcleos de Riesz (FELSBERG e SOMMER, 2004):

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{x}{(2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}})} \right\} = i \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}},$$

e

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{y}{(2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}})} \right\} = i \frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}},$$

podemos escrever as componentes R_u e R_v como

$$R_u = \mathcal{F} \left\{ \frac{x}{(2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}})} * f \right\} = \frac{i u}{\sqrt{u^2+v^2}} F, \quad (2.10)$$

e

$$R_v = \mathcal{F} \left\{ \frac{y}{(2\pi(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}})} * f \right\} = \frac{i v}{\sqrt{u^2+v^2}} F, \quad (2.11)$$

em que u e v estão inversamente relacionadas ao comprimento de onda nas direções x e y , respectivamente.

Computacionalmente, as componentes r_x e r_y da transformada de Riesz de primeira ordem, no domínio do espaço, podem ser obtidas tomando-se a transformada inversa de Fourier (\mathcal{F}^{-1}) das equações 2.10 e 2.11, i.e.,

$$r_x = \mathcal{F}^{-1}(R_u), \quad (2.12)$$

e

$$r_y = \mathcal{F}^{-1}(R_v). \quad (2.13)$$

O cálculo da transformada de Riesz de primeira ordem no domínio do número de onda é computacionalmente menos custoso devido ao algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT). Porém, existem algumas precauções e problemas a serem enfrentados referentes à utilização deste algoritmo.

2.5 - O Sinal Monogênico no espaço-escala de Poisson

O nosso trabalho propõe um novo filtro de realce de feições baseado no sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (FELSBERG e SOMMER, 2004). Para isto, o sinal de entrada $f(x, y)$ e as suas componentes r_x e r_y da transformada de Riesz de primeira ordem precisam ser representados no espaço-escala.

Em processamento de sinais, o espaço-escala é um conceito introduzido para a análise de diferentes estruturas de um sinal a diferentes escalas. Quanto maior a escala de um mapa ou imagem, menor a sua resolução e, conseqüentemente, menor o número de estruturas que podem ser identificadas. Entendem-se por estruturas as linhas, pontos e vértices que compõem o sinal de entrada (dado).

Quanto maior a distância entre o observador e a imagem, menor a resolução da imagem. A teoria do espaço-escala propõe a representação de uma imagem ou dado a diferentes escalas sem alterar a distância do observador e, conseqüentemente, seu tamanho. Escalas maiores (observações mais distantes) serão representadas por suavizações da imagem original segundo um parâmetro de escala denotado neste trabalho por h . Isto é, quanto maior o parâmetro h , menos detalhes nas estruturas e menor a resolução do dado representado no espaço-escala.

Seja $f(x, y) \equiv f$ a função de dados e $\frac{h}{2\pi(h^2+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ o núcleo de Poisson. A representação de f no espaço-escala de Poisson foi definida por Felsberg e Sommer (2004) pelo operador $f_p(x, y, h > 0)$, em que,

$$f_p(x, y) = \frac{h}{2\pi(h^2+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} * f(x, y), \quad (2.14)$$

em que h é um escalar não negativo ($h > 0$) denominado de parâmetro escala de Poisson.

No domínio do número de onda, a representação no espaço-escala de Poisson da função de dados f é dada por

$$F_p \equiv \mathcal{F}(f_p) = e^{-2\pi h \sqrt{u^2+v^2}} F, \quad (2.15)$$

em que F é a transformada de Fourier da função de dados f (sinal de entrada) e u e v estão inversamente relacionadas ao comprimento de onda nas direções x e y , respectivamente. Esta equação é exatamente igual ao filtro de continuação para cima de uma função potencial a uma altura $h > 0$. Note na equação 2.15 que se o valor do parâmetro h tende à zero ($h \rightarrow 0$) a representação no espaço escala de Poisson do sinal de $f(x, y)$ é o próprio sinal.

A Figura 2.3 exemplifica o conceito do espaço-escala de Poisson. Nesta ilustração, a imagem original (com $h = 0$) é representada no espaço-escala de Poisson usando-se diferentes parâmetros de escala h . Este procedimento gera uma família de imagens com parâmetros de escala consecutivamente maiores. É possível notar que quanto maior a escala, menor o número de detalhes que podem ser identificados (observador se afastando), porém, linhas, vértices e pontos continuam com as mesmas dimensões.

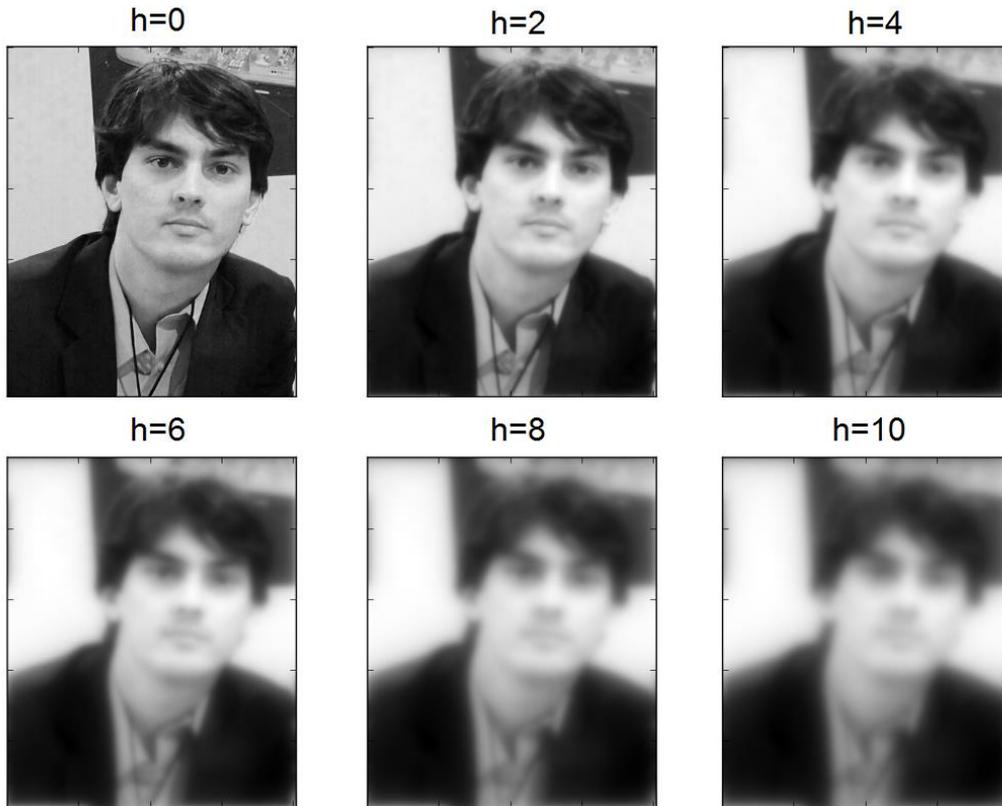


Figura 2. 3: Representações no espaço-escala de Poisson da função de dados original (sinal original) em $h = 0$.

Para realçar feições de longo e curto comprimento de onda, Felsberg e Sommer (2004), propuseram um filtro passa-banda utilizando uma combinação de duas representações do dado no espaço-escala de Poisson com parâmetros h_c e h_f , tais que, $h_c > h_f > 0$. No domínio do número de onda isto pode ser feito pela diferença entre duas representações do sinal $f(x, y) = f$ no espaço-escala de Poisson com parâmetros de escala h_c e h_f segundo

$$F_{pb} = \left(e^{-2\pi h_f \sqrt{u^2+v^2}} - e^{-2\pi h_c \sqrt{u^2+v^2}} \right) F, \quad (2.16)$$

em que F_{pb} é a representação no espaço-escala de Poisson da função de dados $f(x, y)$ utilizando o filtro passa-banda.

Note que a representação no espaço-escala de Poisson da função dos dados (equação 2.16) é a diferença entre duas continuações para cima do dado de entrada f a diferentes elevações h_c e h_f . Consequentemente, a unidade dos parâmetros h_c e h_f será a mesma das coordenadas espaciais do dado.

Similarmente ao sinal monogênico (equação 2.1), o sinal monogênico de $f(x, y)$ no espaço-escala de Poisson filtrado com o filtro passa-banda é um vetor tridimensional definido, no domínio do número de onda, como

$$\mathbf{m}_p = \begin{bmatrix} F_{pb} \\ R_{up} \\ R_{vp} \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

em que F_{pb} é dada pela equação 2.16 e R_{up} e R_{vp} são, respectivamente, as componentes x e y da transformada de Riesz de primeira ordem de F_{pb} dadas por:

$$R_{up}(u, v) = i \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}} F_{pb}, \quad (2.18)$$

e

$$R_{vp}(u, v) = i \frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}} F_{pb}. \quad (2.19)$$

A equação 2.16 mapeia a função original $f(x, y)$ no espaço-escala de Poisson possibilitando a preservação e realce de comprimentos de onda de interesse e a filtragem de outros comprimentos de onda de menor interesse, como por exemplo, os comprimentos de onda da componente de ruído contida no dado.

Em termos de detalhes computacionais, o sinal monogênico no espaço-escala de Poisson do dado $f(x, y)$ filtrado por um filtro passa-banda é calculado em dois passos. Primeiro computamos os elementos do vetor \mathbf{m}_p (equação 2.17) no domínio do número de onda utilizando as equações 2.16, 2.18 e 2.19. Em seguida transformamos todos os elementos do vetor \mathbf{m}_p para o domínio do espaço pela transformada inversa de Fourier. Finalmente, calculamos a amplitude

$$A(x, y) = \sqrt{r_{xp}^2 + r_{yp}^2 + f_{pb}^2}, \quad (2.20)$$

a orientação

$$\theta(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{r_{yp}}{r_{xp}} \right), \quad (2.21)$$

e, a fase

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{r_{xp}^2 + r_{yp}^2}}{f_{pb}} \right), \quad (2.22)$$

do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda. Nas equações 2.20 - 2.22, f_{pb} , r_{xp} e r_{yp} são, respectivamente, o dado no espaço-escala de Poisson filtrado pelo filtro passa-banda e suas componentes x e y da transformada de Riesz de primeira ordem no domínio do espaço. Estes passos são extremadamente rápidos em termos computacionais, permitindo uma rápida interpretação e filtragem de uma grande quantidade de dados. O Apêndice B mostra a implementação das equações 2.17 a 2.22 e um teste numérico puramente matemático.

Este trabalho foca apenas na fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (equação 2.22) na filtragem de dados de magnetometria. Este filtro será utilizado na delimitação de anomalias lineares em mapas, produzidas por contatos, falhas e lineamentos. Adicionalmente, quando o dado magnético estiver devidamente reduzido ao polo, este filtro poderá ser utilizado como um filtro de ganho automático para realçar anomalias de diferentes intensidades.

2.6 - A escolha dos parâmetros h_c e h_f

A escolha dos parâmetros h_c e h_f (equação 2.16) é feita por tentativa e erro objetivando atenuar ou filtrar substancialmente comprimentos de onda relacionados ao ruído ou comprimentos de onda relacionados às fontes geológicas. A escolha destes parâmetros dependerá do interesse do intérprete, da natureza e dimensões das fontes e do conteúdo

espectral do ruído contido no dado. Na prática verificamos que uma boa aproximação inicial para estes parâmetros é feita fixando-se h_c igual ao espaçamento da malha de dados e h_f bem próximo à h_c (em torno de 10% menor). Finalmente começamos a incrementar em 10% os valores de h_c e h_f mantendo-se a distância entre eles constante até se atingir a filtragem esperada.

Capítulo 3

Análise do Sinal Monogênico em funções harmônicas

3.1 - Relações fundamentais

Seja $U(x, y, z) \equiv U$ uma função potencial em coordenadas Cartesianas que obedece à equação de Laplace $\nabla^2 U = 0$ em locais livres de todas as fontes. Se U é uma função potencial de um campo vetorial conservativo de forças \mathbf{F} , então \mathbf{F} é o gradiente desta função potencial U . Consequentemente, as três componentes deste campo vetorial de forças \mathbf{F} nas direções x , y e z são, respectivamente, f_x , f_y e f_z dadas por:

$$\mathbf{F} = \nabla U = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

A transformada de Fourier de cada uma das componentes do vetor força \mathbf{F} , no domínio do número de onda, pode ser obtida fazendo uso das propriedades da derivação e da equação de Laplace, i. e.,

$$\mathcal{F}(f_x) = \mathcal{F}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) = iu\mathcal{F}(U), \quad (3.2)$$

$$\mathcal{F}(f_y) = \mathcal{F}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right) = iv\mathcal{F}(U), \quad (3.3)$$

e

$$\mathcal{F}(f_z) = \mathcal{F}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) = \sqrt{u^2 + v^2} \mathcal{F}(U). \quad (3.4)$$

3.2 A transformada de Riesz do dado Gravimétrico

Suponhamos que o dado que se deseja calcular a transformada de Riesz de primeira ordem seja a componente vertical g_z da aceleração gravitacional. A componente g_z é uma das componentes do campo vetorial conservativo de forças \mathbf{F} . Segundo a equação 3.1, g_z pode ser expressa como $g_z = \frac{\partial U}{\partial z}$. Tomando a transformada de Riesz da função g_z no domínio do número de onda, é possível obter as expressões das componentes R_u e R_v (equações 2.10 e 2.11) dadas por:

$$R_u(g_z) = R_u\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) = \frac{iu}{\sqrt{u^2 + v^2}} \mathcal{F}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) = iu \mathcal{F}(U) = \mathcal{F}(g_x), \quad (3.5)$$

e

$$R_v(g_z) = R_v\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) = \frac{iv}{\sqrt{u^2 + v^2}} \mathcal{F}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) = iv \mathcal{F}(U) = \mathcal{F}(g_y). \quad (3.6)$$

Concluimos, a partir das equações 3.5 e 3.6 que, no domínio do espaço, as componentes da transformada de Riesz de primeira ordem da componente vertical g_z da aceleração gravitacional são as componentes horizontais g_x e g_y . Podemos então afirmar que as componentes horizontal e vertical de uma força conservativa, constituem um par conjugado com sua transformada de Riesz, isto é,

$$R^1(g_z) = -g_x + ig_y. \quad (3.7)$$

O mesmo acontece se tomarmos a derivada de g_z como função de entrada $f(x, y) = \frac{\partial g_z}{\partial z}$. Neste caso, a transformada de Riesz de primeira ordem é o par conjugado das suas derivadas horizontais com respeito à g_z ,

$$R^1 \left(\frac{\partial g_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial g_z}{\partial x} + i \frac{\partial g_z}{\partial y}. \quad (3.8)$$

Na verdade, o resultado da equação 3.8 foi abordado por Nabighian (1984) através da transformada generalizada de Hilbert, que em termos gerais, é a própria transformada de Riesz de primeira ordem. O autor utiliza este resultado para propor um método para calcular a derivada vertical de uma função potencial quando as derivadas horizontais são conhecidas.

3.3 - A transformada de Riesz do dado magnetométrico

Vamos supor que a função de entrada seja a anomalia de campo total ΔT definida como,

$$\Delta T = \|\bar{T}\| - \|\bar{F}\|,$$

em que $\bar{T} = \bar{F} + \bar{B}$ é o vetor indução magnética, \bar{F} o vetor do campo indutor e \bar{B} o vetor do campo induzido que é produzido por uma distribuição de magnetização em subsuperfície. Se considerarmos que $\bar{F} \gg \bar{B}$ em toda a área de um levantamento, então a anomalia de campo total pode ser aproximada por:

$$\Delta T \cong \hat{F}^T \bar{B}, \quad (3.9)$$

em que \hat{F}^T é o vetor unitário transposto do campo indutor \bar{F} . A equação 3.9 é o módulo da projeção do vetor campo induzido \bar{B} no vetor indutor \bar{F} .

Adicionalmente, em regiões em que \bar{F} possa ser considerado constante, a aproximação de ΔT dada pela equação 3.9 é uma função harmônica que obedece a equação de Laplace (BLAKELY, 1995). O fato de poder aproximar a anomalia de campo total como uma função harmônica nos permite a utilização das equações 3.1-3.4.

A partir de um levantamento convencional de magnetometria é possível calcular o valor de ΔT . Tomando a função de entrada como sendo a derivada vertical da anomalia de campo total e, considerando que ΔT é uma função harmônica,

$$f(x, y) = \frac{\partial}{\partial z} \Delta T,$$

as componentes da transformada de Riesz de $\frac{\partial}{\partial z} \Delta T$ no domínio de Fourier são dadas por,

$$R_u \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right) = \frac{iu}{\sqrt{u^2+v^2}} \mathcal{F} \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right) = iu \mathcal{F}(\Delta T) = \mathcal{F} \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right), \quad (3.10)$$

e

$$R_v \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right) = \frac{iv}{\sqrt{u^2+v^2}} \mathcal{F} \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right) = iv \mathcal{F}(\Delta T) = \mathcal{F} \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial y} \right). \quad (3.11)$$

Pelas equações 3.10 e 3.11 podemos concluir que a transformada de Riesz de primeira ordem de $\frac{\partial \Delta T}{\partial z}$ é o par conjugado das suas derivadas horizontais com respeito à $\frac{\partial \Delta T}{\partial z}$,

$$R^1 \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \Delta T}{\partial x} + i \frac{\partial \Delta T}{\partial y}.$$

Como no caso gravimétrico, mostrado na seção anterior, é possível obter a derivada vertical da anomalia de campo total a partir das derivadas horizontais e da transformada de Riesz de primeira ordem ou vice-versa.

3.4 – Amplitude e fase do sinal monogênico versus amplitude do sinal analítico e “tilt angle”

Utilizando as equações 3.5 e 3.6 é possível mostrar a relação entre o sinal monogênico, o sinal analítico 3D e o “tilt angle”. Especialmente, a amplitude do sinal monogênico (equação 2.2) da componente vertical f_z de um campo de força conservativa pode ser escrita como

$$A(x, y) = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2}. \quad (3.12)$$

A equação 3.12 é a expressão da amplitude do sinal analítico 3D do potencial escalar $U(x, y, z) \equiv U$ da força conservativa \mathbf{F} . No entanto, esta equação não é a expressão do sinal analítico 3D (NABIGHIAN et al., 2005) inicialmente proposta por Roest, Verhoef e Pilkington (1992). Cooper (2014) definiu esta amplitude (equação 3.12) como sendo a amplitude do sinal analítico de ordem zero, ou seja, sem recorrer às derivadas do dado.

As equações 3.5 e 3.6 mostram que a fase do sinal monogênico (equação 2.4) da componente vertical f_z de um campo de força conservativo pode ser escrita como

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{f_z} \right). \quad (3.13)$$

Note que a equação 3.13 lembra a definição do “tilt angle” (MILLER e SINGH, 1994). Assim como o “tilt angle”, a fase do sinal monogênico varia entre $-\frac{\pi}{2}$ e $+\frac{\pi}{2}$ radianos. Diferentemente do “tilt angle”, os máximos locais da fase do sinal monogênico delimitam os contatos geológicos.

A Figura 3.1a mostra a anomalia de campo total produzida por um contato vertical na coordenada $x = 0$ m. A localização do contato geológico é interpretada no valor zero do “tilt angle” na Figura 3.1b e pelo valor máximo da fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (Figura 3.1c).

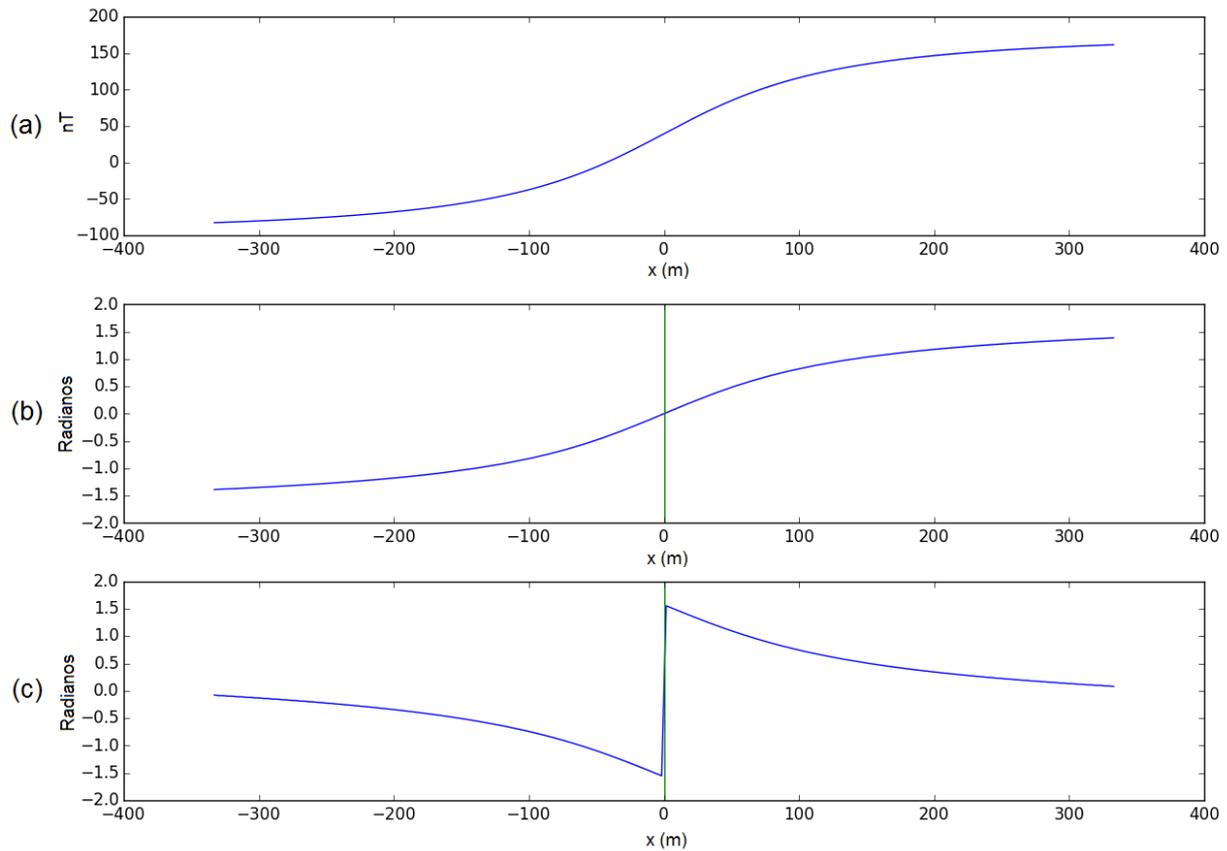


Figura 3. 1: Filtragem da anomalia de campo total (a) produzida por um contato geológico vertical localizado na coordenada $x = 0$ m com (b) “tilt angle” e (c) com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com parâmetros $h_c = 10$ e $h_f = 5$.

A amplitude e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson são menos ruidosos do que a amplitude do sinal analítico e o “tilt angle”. Isto se deve em parte à própria definição da transformada de Riesz. Se olharmos atentamente para as equações 2.18 e 2.19, os termos iu e iv amplificam as componentes do sinal com alto número de ondas (ruído). Por outro lado, o termo $\frac{1}{\sqrt{u^2+v^2}}$ atenua as componentes do sinal com alto número de ondas, compensando o efeito indesejado produzido pelos termos anteriores. Adicionalmente, a própria representação do dado no espaço-escala de Poisson (equação 2.16) contribui na atenuação do ruído contido no dado. Esta representação é um filtro passa-banda que pode atenuar também os grandes comprimentos de onda. Dependendo dos

valores escolhidos para os parâmetros h_c e h_f , é possível atenuar ou filtrar substancialmente comprimentos de onda relacionados ao ruído ou comprimentos de onda relacionados às fontes geológicas. A escolha destes parâmetros dependerá do interesse do intérprete, da natureza e dimensões das fontes e do conteúdo espectral do ruído contido no dado como descrevemos na seção 2.6.

3.5 - Análise dimensional

A orientação e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson são expressas em radianos enquanto que a amplitude possui a mesma unidade da função de entrada.

Por exemplo, para o caso da magnetometria, a amplitude terá unidade dada em nT (para ΔT em nT),

$$A = \sqrt{f_{pb}(\Delta T)^2 + r_{xpb}(\Delta T)^2 + r_{ypb}(\Delta T)^2} = \sqrt{[nT]^2 + [nT]^2 + [nT]^2} = [nT],$$

e no caso da gravimetria em mGal (para g_z em mGal),

$$A = \sqrt{f_{pb}(g_z)^2 + r_{xpb}(g_z)^2 + r_{ypb}(g_z)^2} = \sqrt{[mGal]^2 + [mGal]^2 + [mGal]^2} = [mGal].$$

Como dito anteriormente, a representação no espaço-escala de Poisson de uma função potencial é o mesmo que um filtro de continuação para cima. Por este motivo, a unidade do parâmetro de escala de Poisson h será a mesma unidade de espaçamento da malha de entrada (e.g., m, km). Este filtro deve ser entendido como a diferença entre duas continuações a alturas diferentes (h_c e h_f) e sempre positivas ($h_c > h_f > 0$).

Capítulo 4

Testes Sintéticos

Este capítulo apresenta quatro testes sintéticos. Primeiramente, a amplitude e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson são testados em anomalia de campo total produzida por um sistema de múltiplos blocos com contatos verticais e geometria variada. Em seguida aplicamos o filtro em dados produzidos por um corpo inclinado e localizado no polo norte magnético. Então, simulamos uma geometria mais complexa, como a de uma bacia do tipo margem passiva localizada em baixas latitudes. Finalmente, apresentamos uma análise dos parâmetros de escala de Poisson utilizando um teste sintético com fontes rasas e profundas.

Em todos os testes utilizamos um sistema de coordenadas em que a coordenada x está orientada no sentido Norte-Sul (cresce na direção Norte), a coordenada y no sentido Leste-Oeste (cresce na direção Leste) e a coordenada z (profundidade) é positiva para baixo.

4.1 - Múltiplos blocos a diferentes profundidades

A Figura 4.1a mostra a anomalia de campo total produzida por um sistema de sete blocos (Figura 4b) com magnetização constante e puramente induzida de 1 A/m no polo norte magnético. A profundidade destes blocos é mostrada na Tabela 4.1. A anomalia de campo total foi calculada a uma altura constante de 150 m ao longo de uma malha de 200 x

200 pontos de observações espaçados de 50 m e contaminada com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 5 nT.

Analisando visualmente a anomalia de campo total (Figura 4.1a) é impossível concluir que as fontes de 1 a 7 apresentam bordas retangulares. Por outro lado, a amplitude do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com parâmetros $h_c = 0,15$ km e $h_f = 0,1$ km (Figura 4.2a) e a amplitude do sinal analítico 3D (Figura 4.2b) produziram contornos mais arredondados do que os observados na anomalia de campo total. Adicionalmente, estes filtros falharam na detecção das bordas das fontes mais profundas (corpos 1 e 3). A amplitude do sinal analítico 3D ainda teve o problema de amplificar o ruído contido no dado (Figura 4.2b) impossibilitando a definição dos contornos dos corpos 1, 3 e 5.

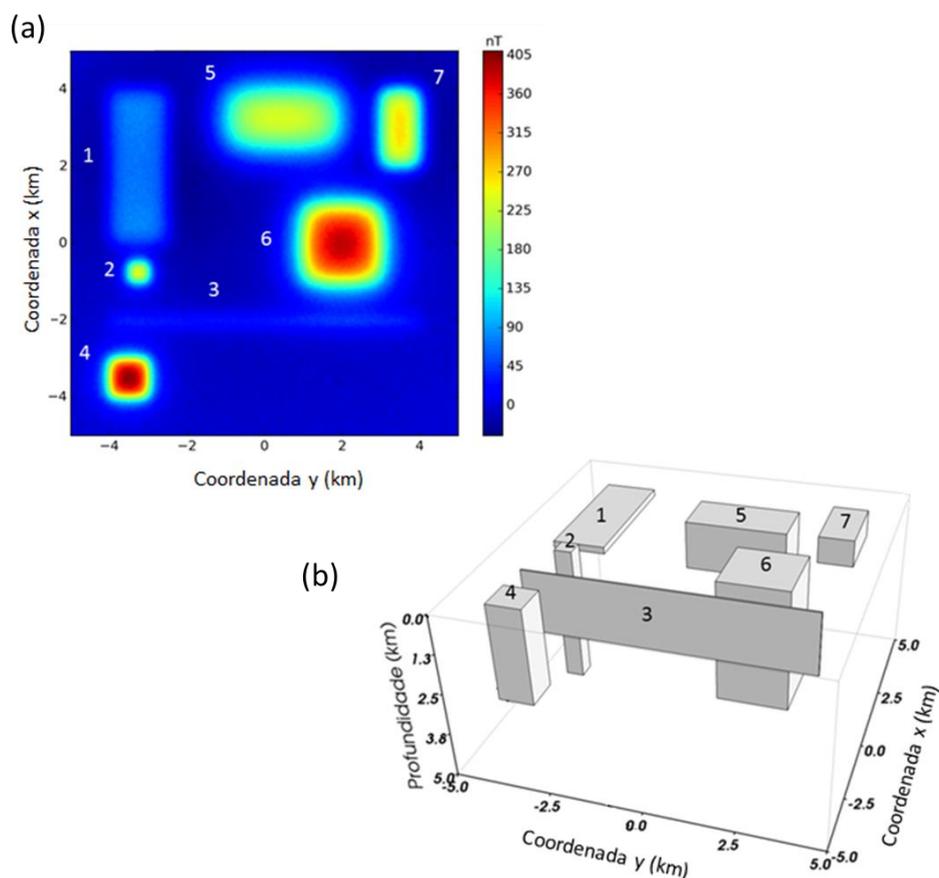


Figura 4.1: Teste sintético de múltiplos blocos. (a) Modelo de blocos com contatos verticais e magnetização constante induzida no polo norte magnético. (b) Anomalia de campo total produzida pelos corpos de 1 a 7 corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 5 nT.

Corpo nº	Topo (m)	Base (m)	X0 (km)	X1 (km)	Y0 (km)	Y1 (km)
1	300	500	0,0	4,0	-4,0	-2,5
2	100	4000	-1,0	-0,5	-3,5	-3,0
3	150	2000	-2,05	-2,0	-4,0	4,0
4	100	3000	-4,0	-3,0	-4,0	-3,0
5	500	2000	2,5	4,0	-1,0	2,0
6	300	4000	-1,0	1,0	1,0	3,0
7	200	1000	2,0	4,0	3,0	4,0

Tabela 4. 1: Topo e Base dos corpos simulados na Figura 4.1.

As Figuras 4.2c e 4.2d mostram as filtragens com a fase do sinal monogênico com parâmetros $h_c = 0,15$ km e $h_f = 0,1$ km e com o “tilt angle”, respectivamente. A alta amplificação do ruído na anomalia de campo total filtrada com o “tilt angle” (Figura 4.2d) impede a delimitação do contorno de valor zero e, conseqüentemente, dos limites de todos os corpos. Por outro lado, através da filtragem com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson é possível identificar com clareza o caráter retangular dos contatos das fontes 1 a 7, assim como os seus limites horizontais. Note que, a filtragem com a fase do sinal monogênico, equaliza anomalias de baixa e alta intensidade. Por este motivo, este filtro é apenas utilizado como um filtro qualitativo de delimitação de contatos laterais, não fazendo distinção entre fontes de diferentes profundidades e/ou intensidade do vetor magnetização.

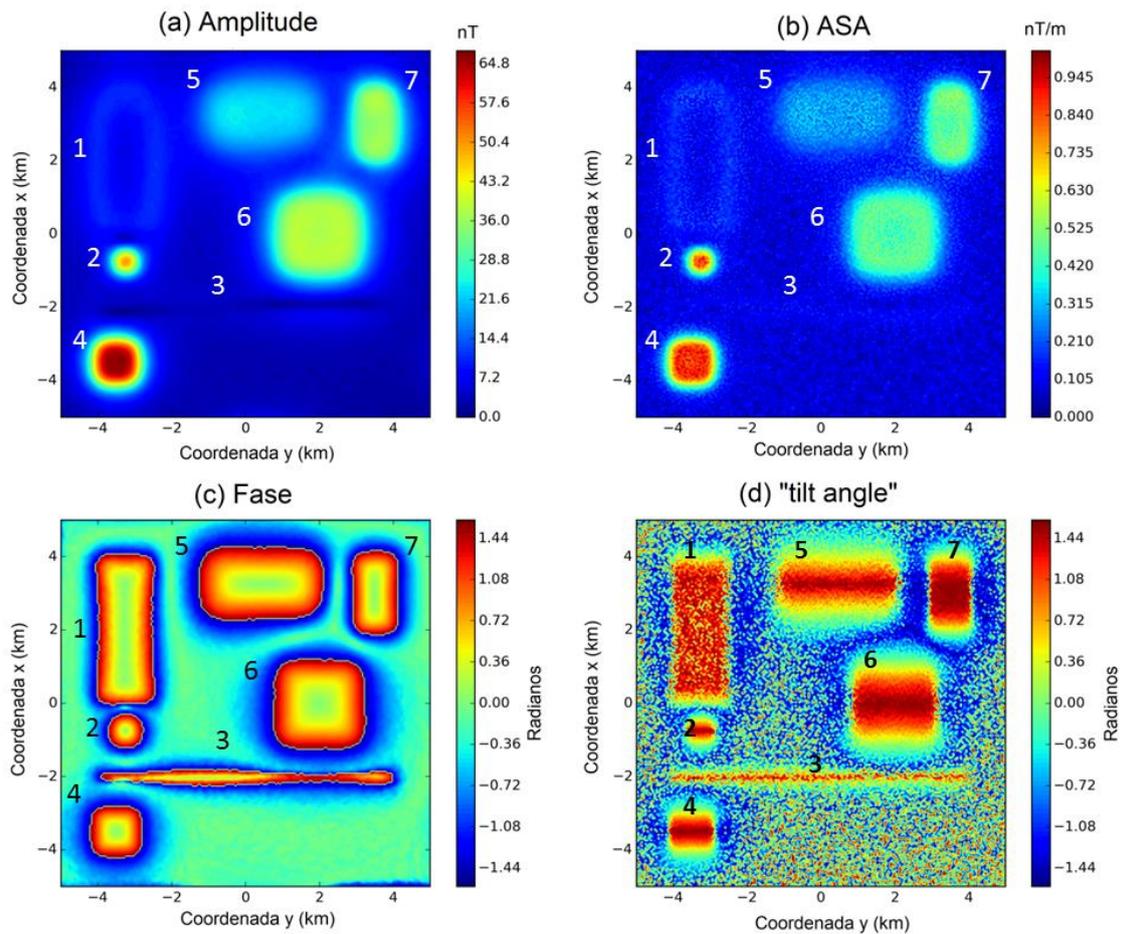


Figura 4.2: Filtragem da anomalia de campo total da Figura 4.1a com (a) Amplitude do sinal monogênico, (b) amplitude do sinal analítico (ASA), (c) fase do sinal monogênico e (d) "tilt angle". A amplitude e a fase do sinal monogênico foram calculadas no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda com $h_c = 0,15$ km e $h_f = 0,1$ km.

4.2 - Corpo inclinado isolado

Neste teste sintético foi simulado um corpo com mergulho de 45° para leste como mostrado na Figura 4.3a. A parte mais rasa está situada a 200 metros de profundidade e a parte mais funda em torno de 2700 metros. A magnetização do corpo é constante de intensidade 2 A/m na direção do campo indutor com inclinação de 90° .

A Figura 4.3b mostra a anomalia de campo total corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 10 nT calculada a uma altura constante de 150 m em uma malha com 200 x 200 pontos de observações espaçados de 50 m nas direções norte-sul (coordenada x) e leste-oeste (coordenada y). As linhas pretas tracejadas na Figura 4.3b são as projeções em planta dos limites laterais do corpo inclinado (Figura 4.3a) em subsuperfície.

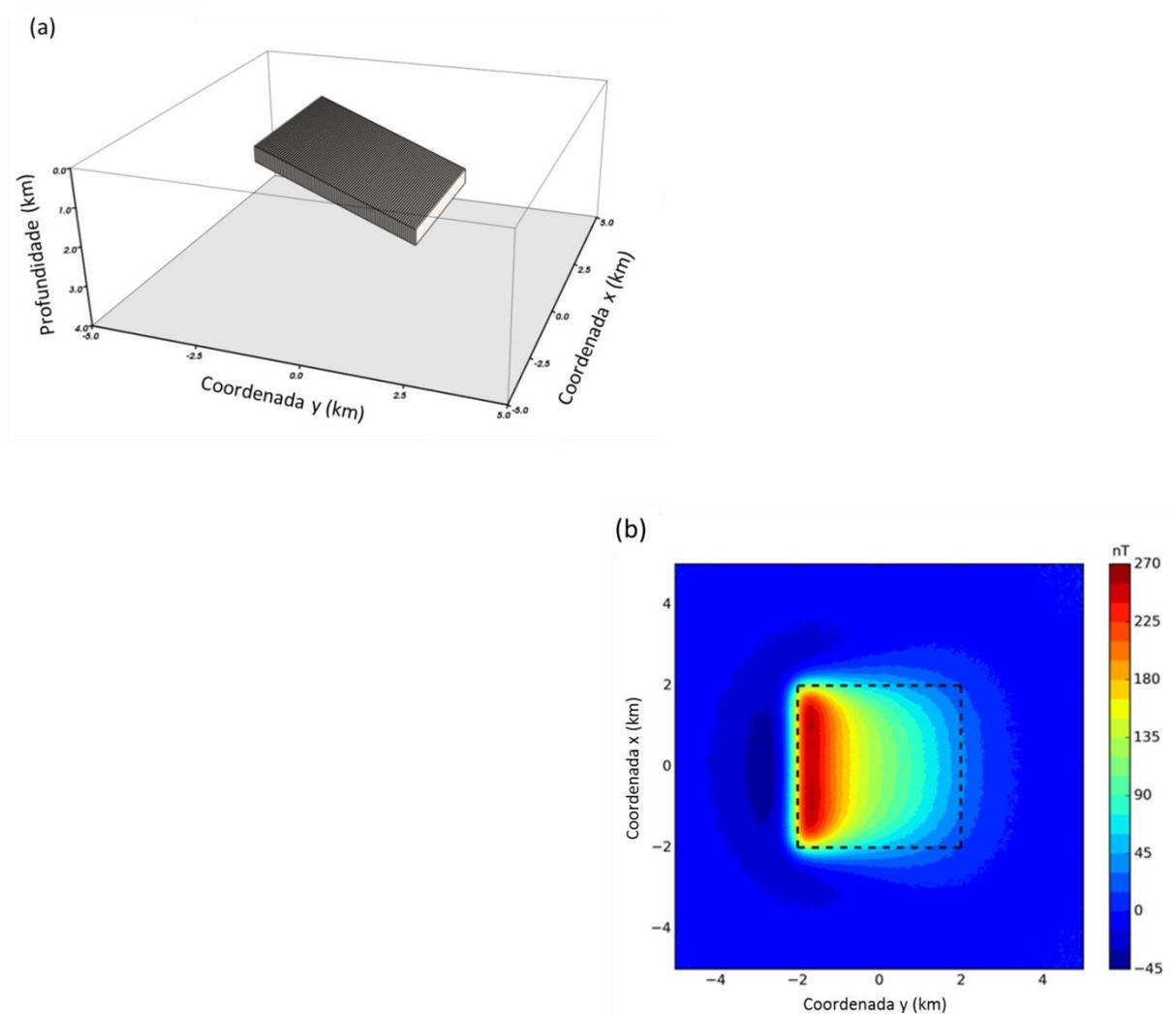


Figura 4.3: (a) Corpo com mergulho de 45° para leste localizado entre 200 e 2700 m de profundidade. (b) Anomalia de campo total resultante corrompida com ruído e calculada em uma malha de 200 x 200 pontos a uma altura constante de 150 m. As linhas tracejadas na cor preta mostram a projeção horizontal das bordas do corpo em subsuperfície.

A anomalia de campo total (Figura 4.3b) mostra o limite mais raso do corpo à oeste. À medida que o corpo se aprofunda, a resposta magnética fica cada vez mais fraca devido ao afastamento entre a fonte e o receptor. Logo, o limite mais a leste do corpo é o mais difícil de se identificar a partir da anomalia de campo total.

Queremos filtrar o dado original (Figura 4.3b) com o intuito de delimitar os limites laterais do corpo. A Figura 4.4a mostra os resultados da filtragem com a amplitude do sinal monogênico (superfície superior) no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda usando parâmetros de escala $h_c = 0,5$ km e $h_f = 0,4$ km e com a amplitude do sinal analítico 3D (ASA) (superfície inferior). É possível notar que, ambos os filtros na Figura 4.4a falharam na detecção dos limites mais profundos do corpo (borda leste). Note que os resultados destes filtros são bem similares à anomalia de campo total (Figura 4.3b). No entanto, a amplitude do sinal analítico 3D (ASA) amplificou consideravelmente o ruído contido no dado.

A Figura 4.4b mostra as filtrações com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda usando parâmetros de escala $h_c = 0,5$ km e $h_f = 0,4$ km (superfície superior) e com o “tilt angle” (superfície inferior). Os valores máximos da fase do sinal monogênico delimitaram os limites rasos e profundos do corpo original sem amplificar o ruído. Note que o resultado obtido a través do “tilt angle” amplifica fortemente a componente de ruído do dado, dificultando até a interpretação dos limites mais rasos do corpo.

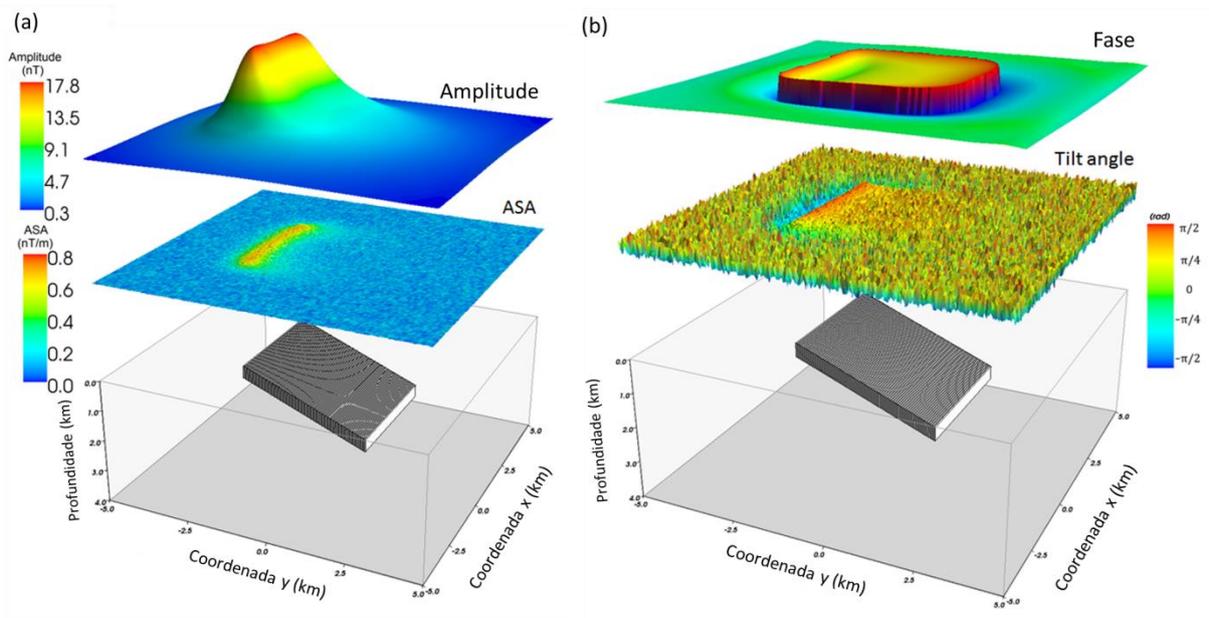


Figura 4.4: Resultado da filtragem da anomalia de campo total da Figura 4.3b com: (a) Amplitude do sinal analítico 3D (superfície inferior) e amplitude do sinal monogênico (superfície superior) e (b) “tilt angle” (superfície inferior) e fase do sinal monogênico (superfície superior). A amplitude e a fase do sinal monogênico foram calculadas no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda, usando $h_c = 0,5$ km e $h_f = 0,4$ km, através das equações 2.20 e 2.22, respectivamente.

4.3 - Embasamento magnético

Neste teste sintético simulamos um embasamento magnético inspirado na configuração do embasamento de uma bacia de margem passiva como mostrado na Figura 4.5. A tectônica estrutural simulada neste modelo é fortemente controlada por uma série de falhas normais sintéticas com mergulho para norte de aproximadamente 45° e uma superfície batimétrica que simula uma possível transição de águas rasas (poucos metros de profundidade) para profundas (aproximadamente 4 km). A batimetria é a interface não magnética entre a água e os sedimentos. Adicionalmente não foi atribuída nenhuma

magnetização aos sedimentos. Esta geometria foi extrapolada no sentido EW com a finalidade de se gerar um padrão de anomalias com características bidimensionais. O objetivo principal deste teste consiste em entender como os filtros convencionais e a nova metodologia se comporta em um contexto geológico mais complexo em que as fontes se distanciam do receptor.

O embasamento magnético, assinalado como embasamento na Figura 4.5 possui uma magnetização induzida e constante de 2 A/m com inclinação de -2° e declinação de -20° . A anomalia de campo total (Figura 4.6) foi calculada utilizando o algoritmo de Uieda, Oliveira e Barbosa (2013) ao longo de uma malha de 400 x 200 pontos de leituras espaçados de 200 m e com 150 m de altitude. Finalmente, a anomalia de campo total resultante, foi corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 10 nT.

A Figura 4.6 é a resposta magnética calculada a partir do modelo simulado na Figura 4.5. As linhas pontilhadas pretas são as projeções no plano horizontal do topo do plano das falhas assinaladas com os números de 1 a 8. Note que visualmente é impossível identificar os contatos 3 a 8 utilizando apenas a anomalia de campo total.

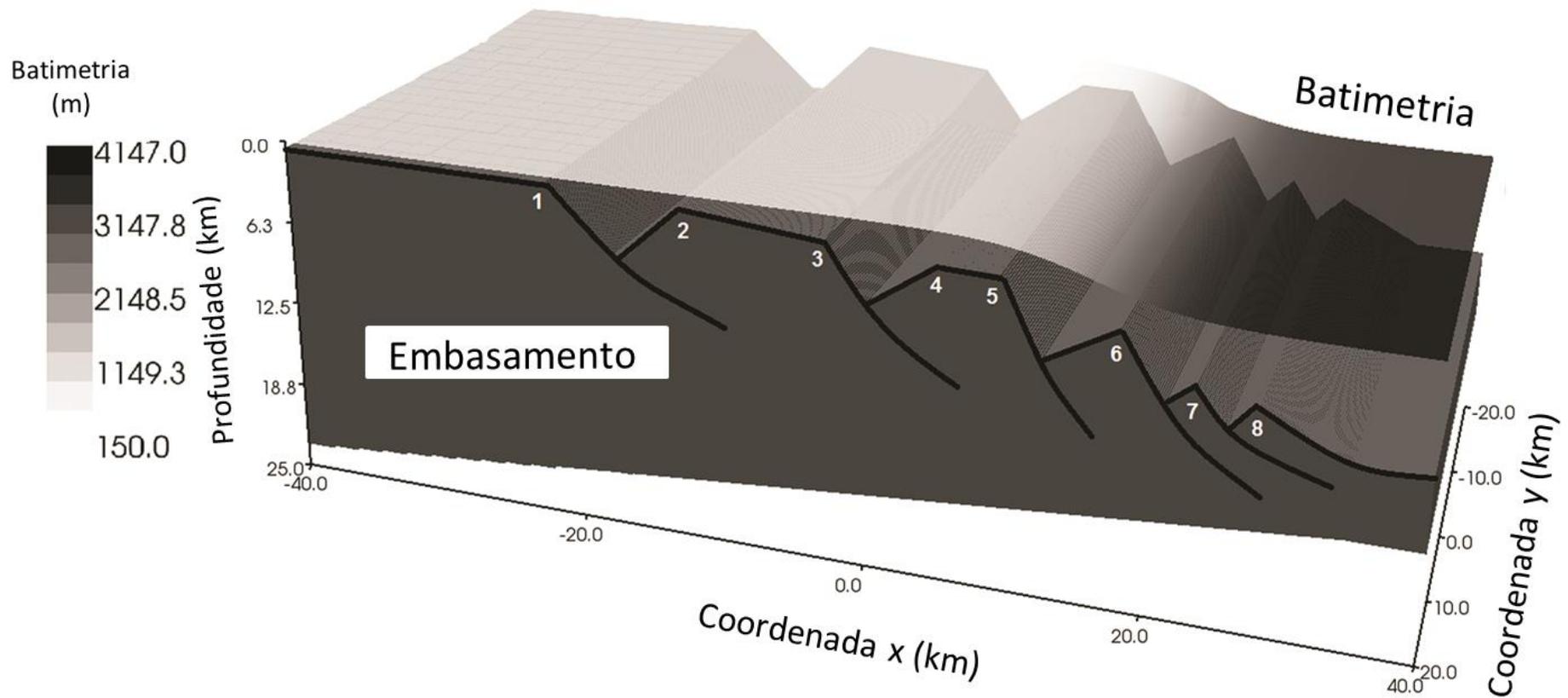


Figura 4.5: Modelo de blocos sintéticos simulando o embasamento magnético de uma clássica margem passiva com falhas normais sintéticas mergulhando para o norte. Os números de 1 a 8 indicam os contatos geológicos (falhas) e a superfície superior representa a batimetria.

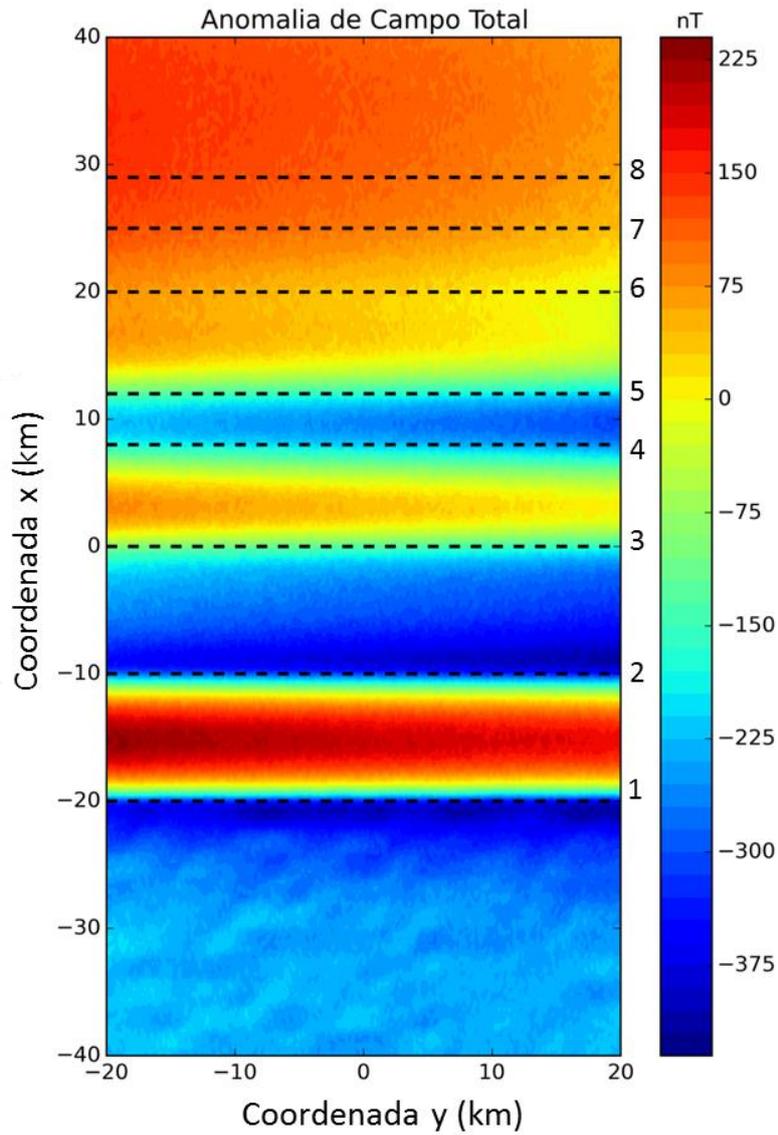


Figura 4.6: Anomalia de campo total sintética calculada do embasamento simulado da Figura 4.5 e corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 10 nT. Linhas tracejadas indicam as projeções horizontais das falhas identificadas pelos números de 1-8 na Figura 4.5.

Neste teste sintético a filtragem com sinal monogênico no espaço-escala de Poisson foi aplicada à anomalia de campo total da Figura 4.6 com escalas de Poisson usando $h_c = 0,4$ km e $h_f = 0,2$ km.

As Figuras 4.7a e 4.7b mostram a amplitude do sinal monogênico (equação 2.20) e a amplitude do sinal analítico 3D, respectivamente. Assim como nos resultados anteriores, ambos os filtros realçam apenas fontes mais rasas. No caso da ASA ainda ocorre à amplificação do ruído.

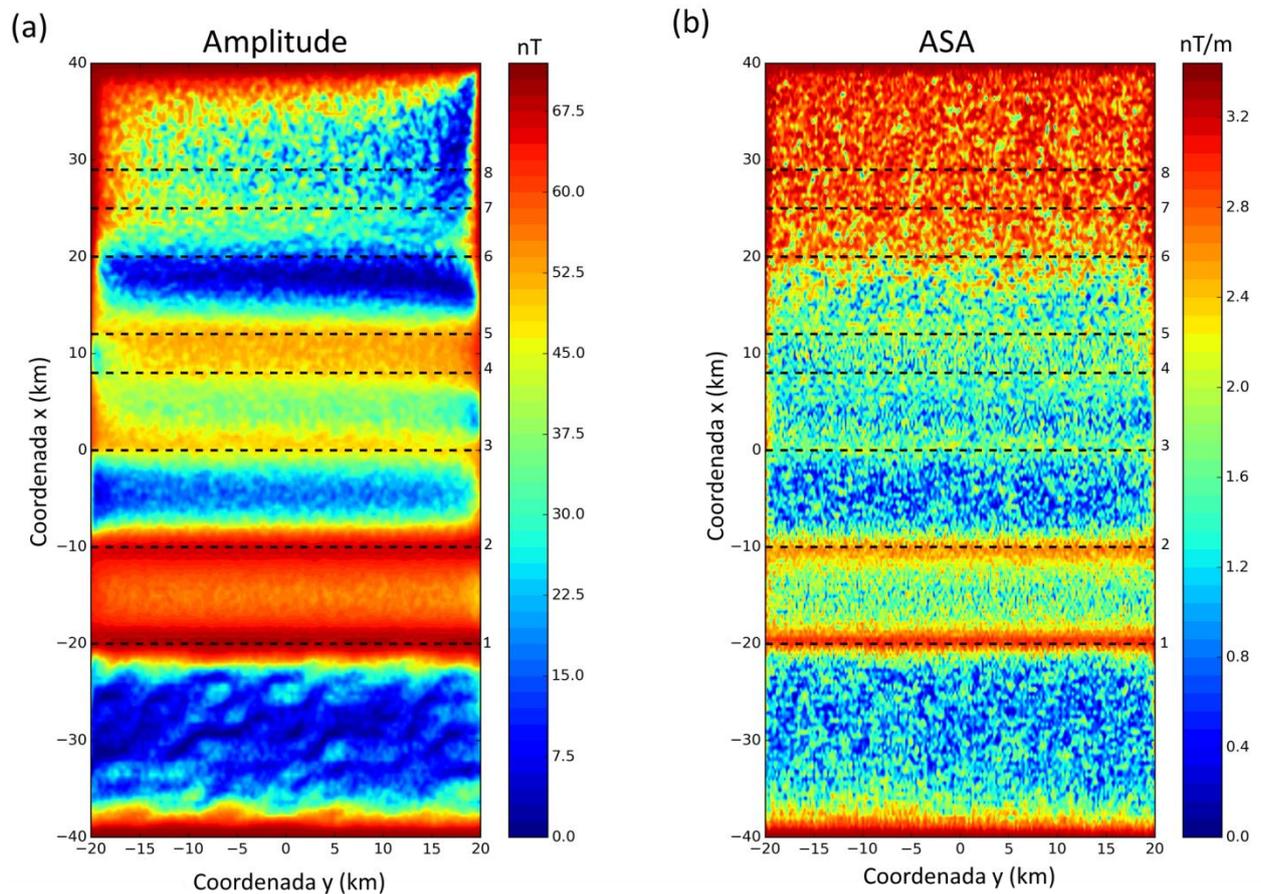


Figura 4.7: Filtragem com amplitude do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda usando $h_c = 0,4$ km e $h_f = 0,2$ km (equação 2.20) (a) e amplitude do sinal analítico ASA (b). Linhas tracejadas indicam as projeções horizontais das falhas identificadas pelos números de 1-8 na Figura 4.5.

Neste teste sintético aplicamos o “*Deep-Pass filter (DPF)*” que é uma espécie de filtro de controle de ganho automático proposto por Santos et al. (2012). O DPF utiliza a superfície batimétrica, que acompanha o mergulho do embasamento, para realçar fontes profundas. Matematicamente, o DPF amplifica a resposta magnética multiplicando a

anomalia de campo total $f(x,y)$ em um determinado local (x,y) pela exponencial da profundidade batimétrica z no mesmo ponto, i.e.,

$$DPF(x,y) = f(x,y)e^{-bz}, \quad (4.1)$$

em que b é um escalar não negativo que controla a amplificação do sinal.

A Figura 4.8 mostra a filtragem da anomalia de campo total (Figura 4.6) com o DPF utilizando $b = 0,00035$ e a superfície batimétrica mostrada na Figura 4.5. Assim como o dado não filtrado, a filtragem com o DPF não trouxe nenhum resultado significativo na delimitação dos contatos mais profundos.

A Figura 4.9a mostra que o “tilt angle” aplicado à anomalia de campo total mostrada na Figura 4.6 realça, claramente, quatro (1-4) do total dos oitos contatos geológicos. Por outro lado, a Figura 4.9b mostra que a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (equação 2.22) aplicada a mesma anomalia (Figura 4.6) realça cinco contatos geológicos (1-5) do total de oito contatos. Apenas os três contatos geológicos mais profundos (6-8) não foram realçados. Em comparação com “tilt-angle” (Figura 4.9a), a filtragem da anomalia com a fase do sinal monogênico (Figura 4.9b) mostra uma melhor capacidade de delimitar os contatos geológicos sem amplificar o ruído.

Exploramos a hipótese de complementaridade através da aplicação da fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (equação 2.22) à anomalia de campo total filtrada previamente pelo DPF (Figura 4.8). A Figura 4.9c mostra a aplicação em cascada do DPF em combinação com a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson. Notamos que esta filtragem em cascada realça sete contatos geológicos (1-7) do total de oito contatos. Apenas o contato geológico mais profundo (8) não foi delimitado.

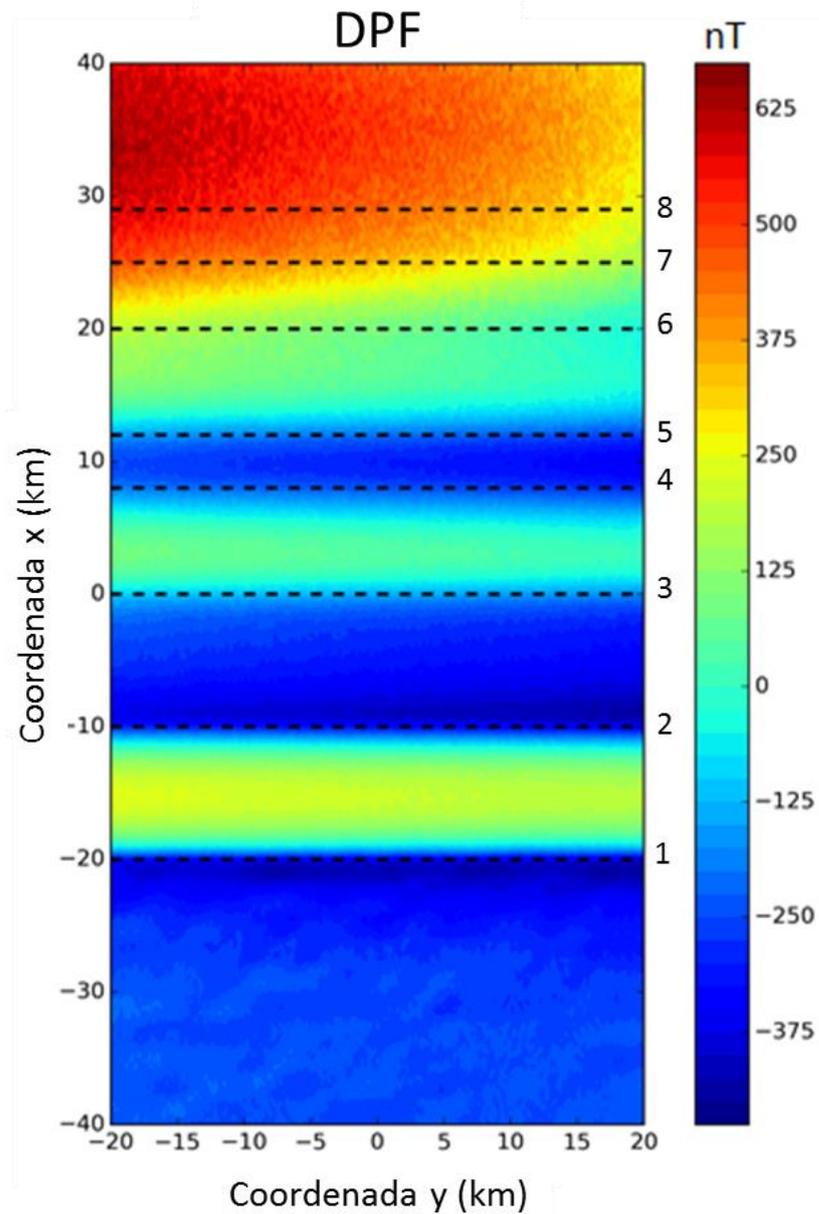


Figura 4.8: Filtragem com DPF da anomalia de campo total da Figura 4.6 utilizando parâmetro $b = 0,00035$ e superfície batimétrica da Figura 4.5. Linhas tracejadas as indicam as projeções horizontais das falhas identificadas pelos números de 1-8 na Figura 4.5.

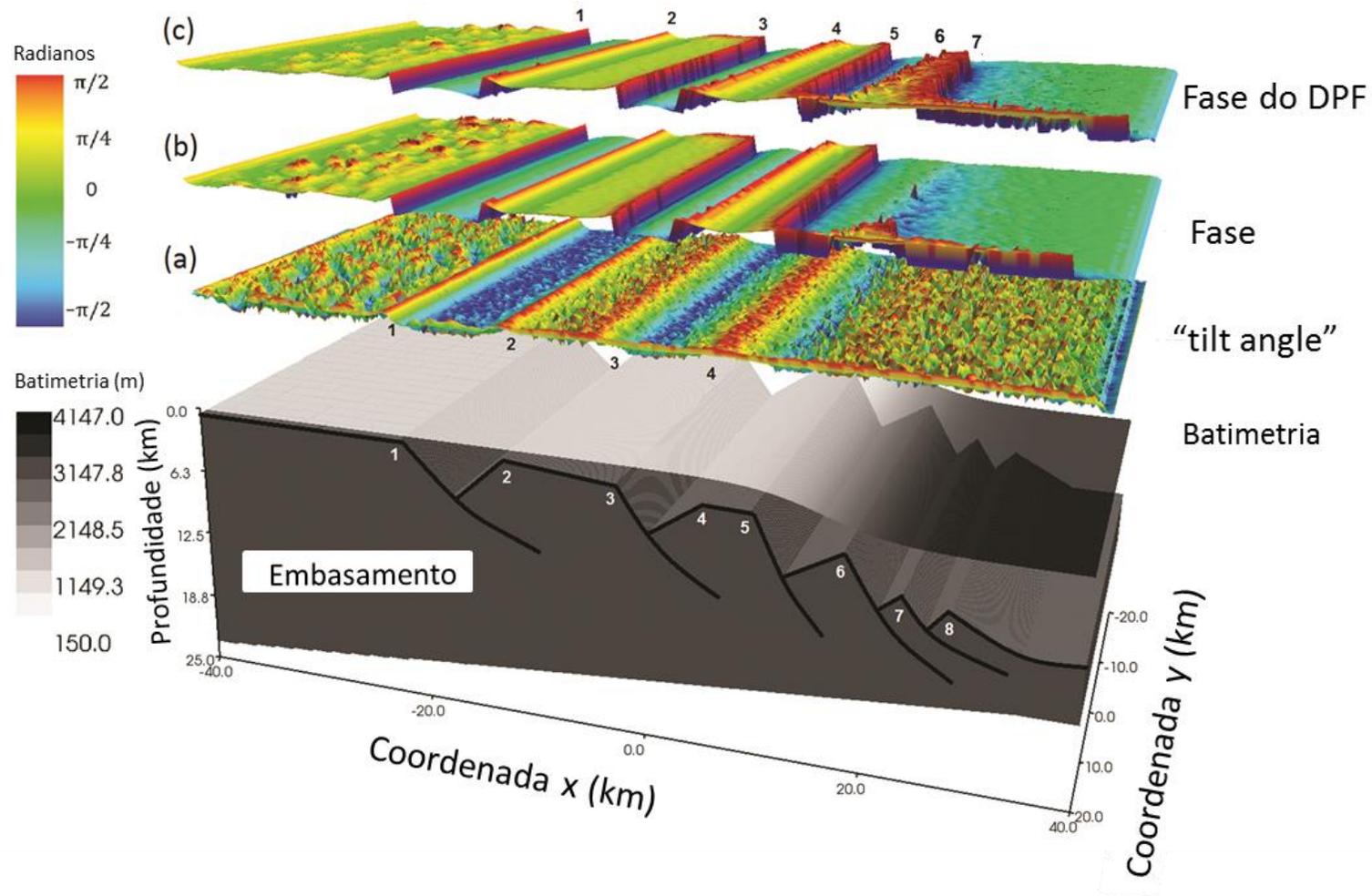


Figura 4. 9: Modelo sintético de bacia do tipo margem passiva com falhas normais mergulhando para norte. Contatos geológicos (falhas) numerados de 1 a 8. Filtragem da anomalia de campo total com (a) “tilt angle”, (b) fase do sinal monogênico e (c) fase do sinal monogênico do DPF. A fase do sinal monogênico foi calculada no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda, usando $h_c = 0,4$ km e $h_f = 0,2$ km através da equação 2.22.

4.4 – Análise da fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson

Para entender a necessidade do filtro passa-banda na fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson, foi simulado um teste sintético composto por duas fontes magnetizadas como mostrado na Figura 4.10. Os corpos prismáticos 1 e 2 possuem magnetização constante com inclinação de 90° e intensidades de 1 A/m (corpo 1) e 0,1 A/m (corpo 2). Note que, o corpo com menor intensidade de magnetização (2) está mais profundo do que o corpo de maior intensidade de magnetização (1).

A anomalia de campo total produzida pelos corpos sintéticos 1 e 2 foi calculada utilizando o algoritmo de Uieda, Oliveira e Barbosa (2013) em uma malha regular de 200 x 200 pontos de observações espaçados de 30 m, a 150 m de altitude e corrompida com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 0,25 nT (não mostrada neste trabalho).

Foram aplicados três diferentes filtros à anomalia de campo total corrompida com ruído: a) “tilt angle” mostrado na Figura 4.10a; b) a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson sem utilizar o filtro passa-banda com $h = 0,2$ km (Figura 10b) e; c) a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda com $h_c = 0,3$ km e $h_f = 0,2$ km (Figura 4.10c).

A fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda (Figura 4.10c) realça os limites originais dos dois corpos simulados. Em contraste, a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson sem o filtro passa banda realça os limites dos corpos, porém produz uma forte distorção das bordas dos corpos (Figura 4.10b). Note que e o “tilt-angle”, além de distorcer os contatos dos corpos, amplifica o ruído excessivamente.

A representação no espaço-escala de Poisson sem o filtro passa banda gera feições que aparentam ser produzidas por corpos maiores (contatos distorcidos). Por este motivo é

necessário que a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson, seja utilizada com o filtro passa-banda, assim como apresentado neste trabalho.

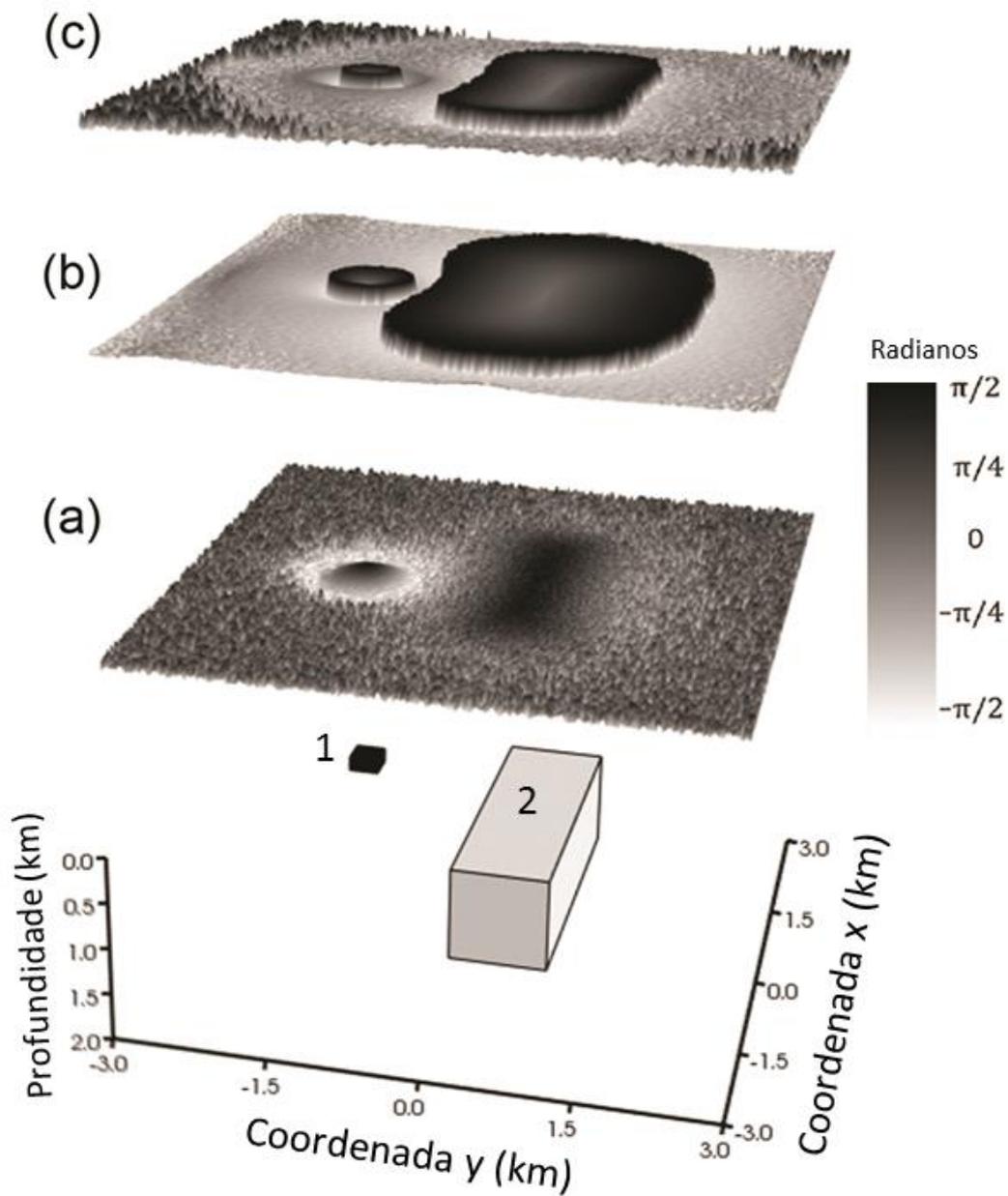


Figura 4.10: Teste sintético de fontes rasas e profundas, apenas com magnetização induzida na vertical. (a) “tilt angle”, (b) fase no espaço-escala de Poisson utilizando $h = 0,2$ km e (c) fase no espaço-escala de Poisson com filtro passa-banda utilizando $h_c = 0,3$ km e $h_f = 0,2$ km (equação 2.22).

Capítulo 5

Teste em Dado Real

A metodologia proposta foi aplicada em dados aeromagnéticos reais da Bacia do Pará-Maranhão na margem equatorial brasileira. Estes dados correspondem a uma pequena janela de um aerolevanteamento de alta resolução.

5.1 – Geologia da Bacia do Pará-Maranhão

A margem equatorial brasileira foi desenvolvida sobre um sistema de esforços trans-tensionais nucleados sobre três principais zonas de transferência oceânica que são as zonas de fraturas de São Paulo (localizada mais ao norte), de Romanche e de Chain (localizada mais a sul). A Bacia do Pará-Maranhão está localizada entre as coordenadas 2°S-2°N e 48°W-42°W e é completamente “*offshore*”, tendo a sua borda leste como o limite entre a crosta continental e a crosta oceânica (aproximadamente na profundidade de 3000 m de lâmina d’água) e as suas bordas norte e sul as Bacias da Foz do Amazonas e Barreirinhas, respectivamente.

Na Bacia do Pará-Maranhão o processo de abertura do Oceano Atlântico Equatorial se estabeleceu principalmente sobre o Cráton de São Luís que é um fragmento do antigo Cráton Africano antes da abertura. Durante a ruptura do Gondwana os lineamentos estruturais no sentido EW e as estruturas associadas à zona de transferência de São Paulo se consolidaram como o limite norte da Bacia do Pará-Maranhão com a Bacia da Foz do

Amazonas. Segundo Zalán (2011) esta zona de transferência se divide em dois ramos mal definidos norte e sul que cortam a crosta continental nos limites entre o Cráton de São Luís (Figura 5.1) e a Faixa Tocantins-Araguaia (não mostrada).

A principal característica do Cráton de São Luís é o caráter rúptil e resistente, motivo pelo qual, a quebra da plataforma e a linha de charneira são praticamente coincidentes. O COB (limite entre crosta continental e crosta oceânica) foi interpretada por Zalán, 2011 (Figura 5.1) bem próxima da quebra do embasamento raso (linha de charneira).

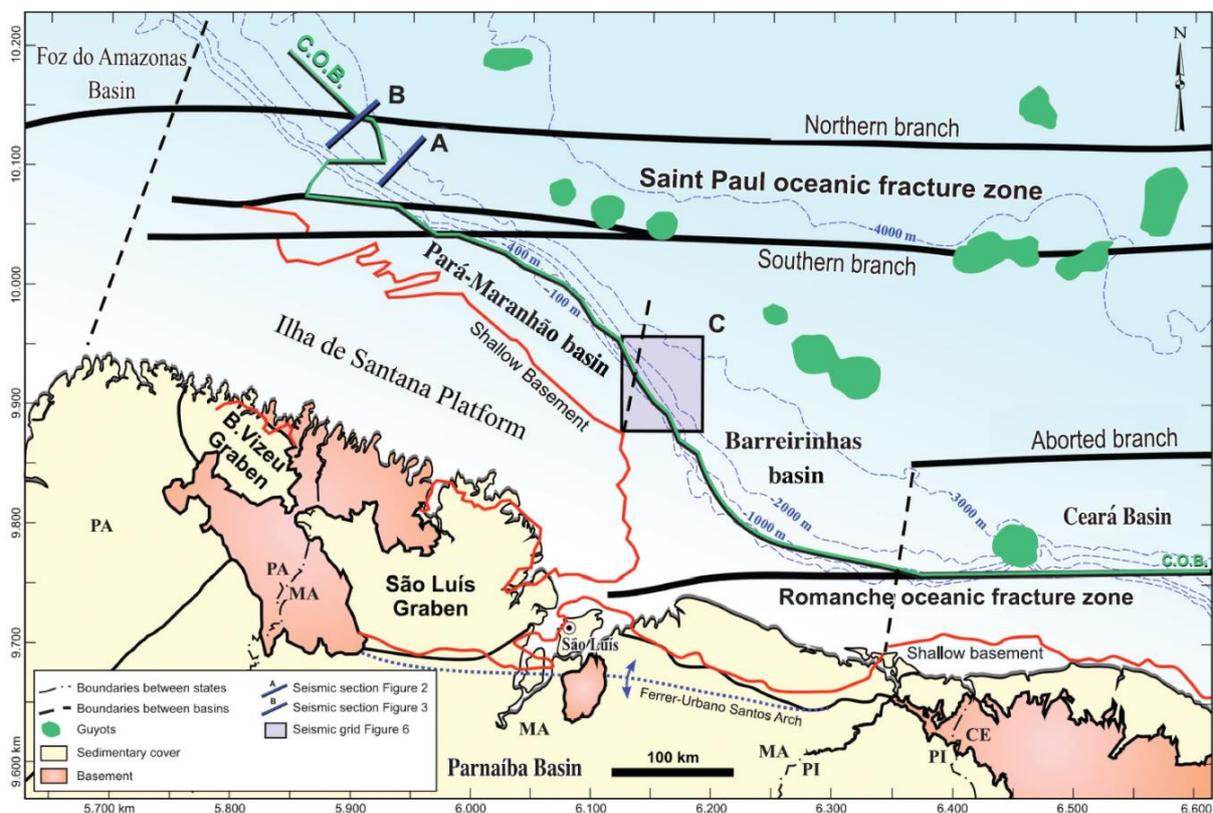


Figura 5.1: Mapa da Bacia do Pará-Maranhão com as principais feições. As linhas pretas são as zonas de transferência de São Paulo (ramo norte e sul) ao norte e de Romanche ao sul. As linhas vermelhas são as linhas de charneiras das bacias e as linhas verdes o possível limite crosta continental-crosta oceânica. Os polígonos verdes representam intrusões ígneas tabulares (extraído de ZALÁN, 2011).

O dado magnético desta dissertação corresponde a uma pequena janela situada ao norte da Bacia Pará-Maranhão, próximo ao limite com a Bacia da Foz do Amazonas (Figura 5.2). O aerolevanteamento foi executado a uma altura de voo constante de 150 m com espaçamento entre as linhas de 500 m em águas rasas e de 1000 m após a quebra da plataforma continental. Os dados utilizados correspondem a uma malha regular quadrada de 225 x 225 pontos de observação nas direções N-S e E-W com 500 m de espaçamento entre os pontos em ambas as direções.

Na Figura 5.2 é possível observar a localização da área de estudo dentre os limites da margem equatorial brasileira e o mapa de anomalia de campo total após remoção do IGRF. Nesta pequena área escolhida para o teste da metodologia a inclinação e declinação magnética média, da época do aerolevanteamento, foram de -2° e -20° , respectivamente. As linhas tracejadas brancas no mapa de anomalia de campo total correspondem à localização das bifurcações da ramificação sul da zona de fratura de São Paulo que cortam a Bacia do Pará-Maranhão segundo Zalán (2011).

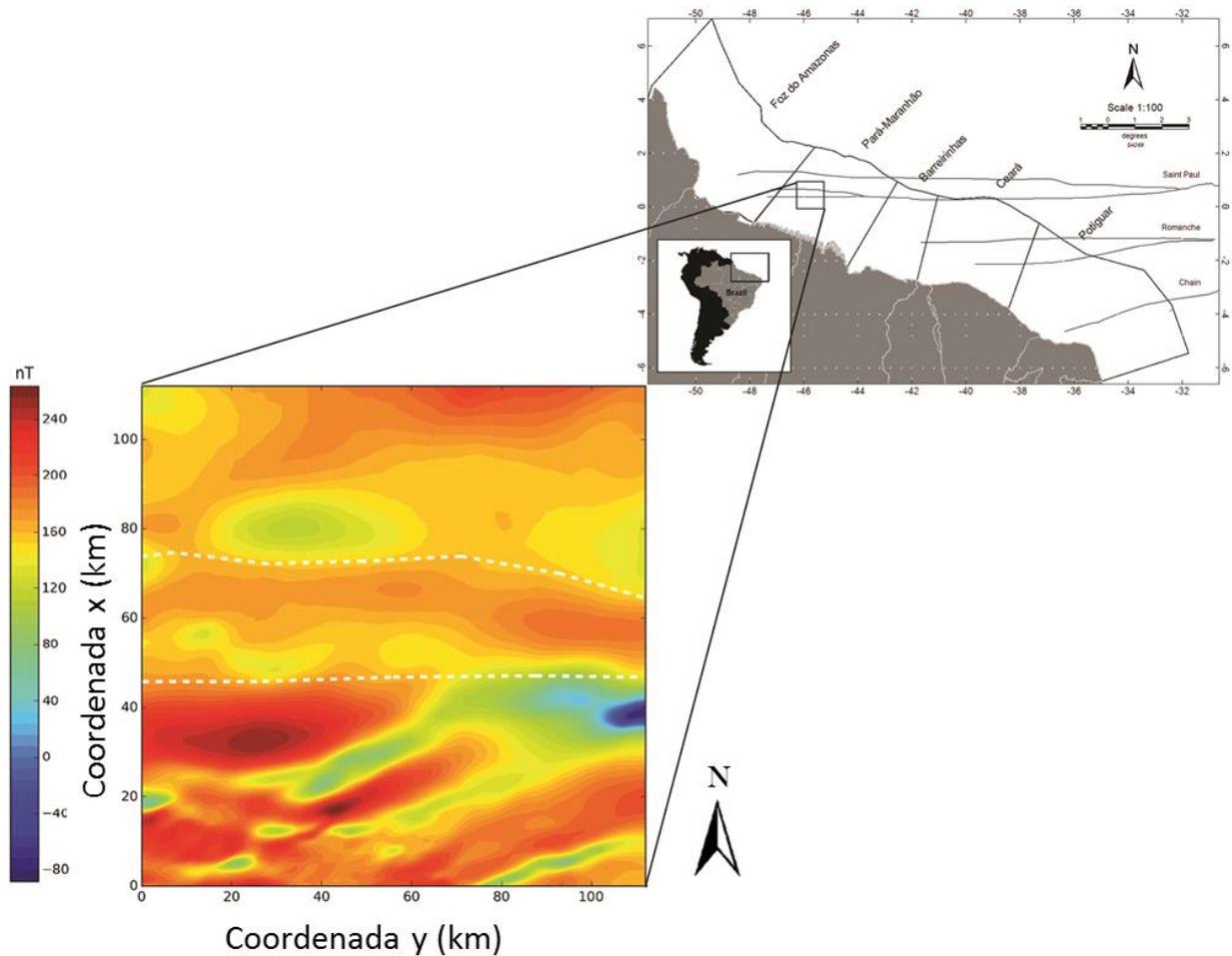


Figura 5.2: Mapa de localização da área de estudo na Bacia do Para-Maranhão na Margem Equatorial Brasileira com a anomalia de campo total no detalhe. As linhas tracejadas brancas representam a projeção da bifurcação da ramificação sul da zona de transferência de São Paulo interpretada por Zalán (2011).

As expressões magnéticas das ramificações da zona de fratura de São Paulo dentro da área de estudo não são claras no mapa de anomalia de campo total, como é possível observar na Figura 5.2. Por outro lado, o “tilt angle” e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com o filtro passa-banda com escalas de $h_c = 0,5$ km e $h_f = 0,4$ km representados na Figura 5.3, mostram um realce equalizado das anomalias magnéticas tornando possível a confirmação destas ramificações da zona de fratura de São Paulo na área de estudo.

Assim como nos testes sintéticos, os contatos geológicos (ou lineamentos) realçados pelo “tilt-angle” (Figura 5.3a) são borrados, enquanto que a fase do sinal monogênico (Figura 5.3b) realça lineamentos geológicos que não são claramente evidentes tanto na filtragem produzida pelo “tilt-angle” (Figura 5.3a) como na anomalia de campo total (Figura 5.2).

Através da fase do sinal monogênico (Figura 5.3b) é possível identificar dois padrões de lineamentos magnéticos:

1. Os lineamentos E-W nas porções centro e norte associados à expressão magnética do ramo sul da Zona de Fratura de São Paulo que cortam a crosta continental. Provavelmente este ramo, ao cortar a Bacia do Pará-Maranhão, se bifurca em duas zonas de fratura como proposto inicialmente por Zalán (2011) (Figura 5.2). As linhas tracejadas em preto na Figura 5.3 são os lineamentos interpretados por Zalán (2011) e que foram também mostrados na Figura 5.2 (linhas tracejadas brancas). A fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (Figura 5.3b) realçou claramente estes lineamentos e mostrou uma ótima correlação entre os lineamentos já interpretados por Zalán (2011).

2. Na porção sul, na borda da bacia, predominam lineamentos com direção SW-NE localizados sobre o embasamento raso. Estas expressões magnéticas podem estar relacionadas a eventos mais antigos, como a amalgamação de diferentes terrenos que formaram o Cráton de São Luiz. Este padrão de lineamentos se encerra na linha de charneira, delimitando diversos grabens que compõem a bacia.

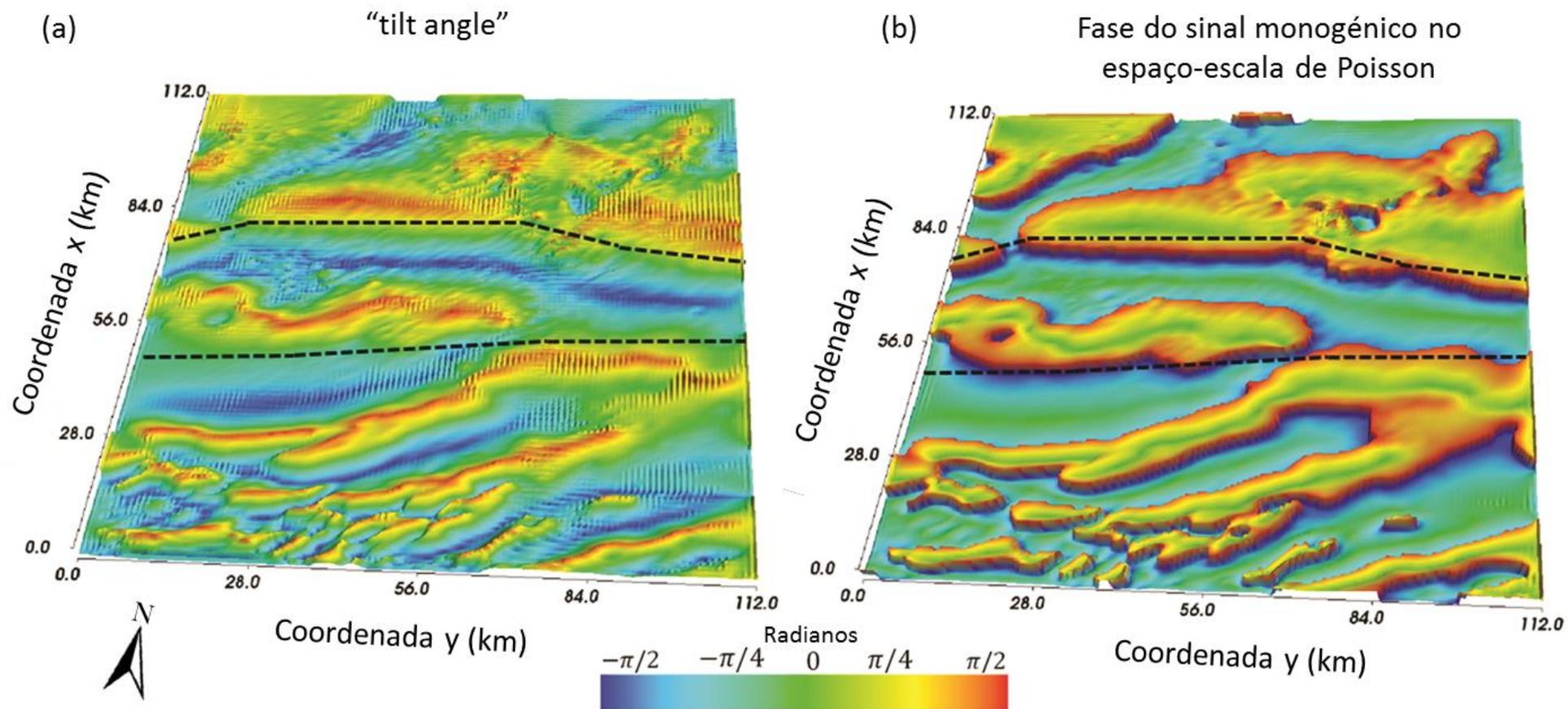


Figura 5.3: Resultado da filtragem da anomalia de campo total (Figura 5.2) com (a) "tilt angle" e (b) fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com parâmetros de escala $h_c = 0,5$ km e $h_f = 0,4$ km. As linhas tracejadas pretas representam a projeção da ramificação sul da zona de transferência de São Paulo interpretada por Zalán (2011).

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma nova técnica de filtragem de dados potenciais baseada na fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson do dado filtrado. O sinal monogênico no espaço-escala de Poisson foi definido como um vetor tridimensional composto pelo dado filtrado por um filtro passa-banda f_{pb} e as componentes r_{xp} e r_{yp} da transformada de Riesz de primeira ordem deste dado filtrado. A fase do sinal monogênico é o arco tangente do dado filtrado dividido pela magnitude do vetor composto pelas componentes r_{xp} e r_{yp} . Mostramos que, no domínio do número de onda, a representação no espaço-escala de Poisson do dado filtrado com o filtro passa-banda é a diferença entre duas continuações para cima a níveis distintos de uma função potencial. Adicionalmente, provamos, no domínio do número de onda, que as componentes r_{xp} e r_{yp} são dadas pela multiplicação da transformada de Fourier dos dados filtrados por um filtro que, por sua vez, é dado pela multiplicação do filtro de derivada horizontal de primeira ordem pelo filtro de integral vertical de primeira ordem. Esta operação é estável fazendo com que a fase do sinal de monogênico seja bastante insensível ao ruído. Adicionalmente mostramos que, se o dado de entrada é a componente vertical de uma força conservativa, as componentes r_x e r_y da transformada de Riesz de primeira ordem do dado são as componentes horizontais x e y , respectivamente.

Testes com dados magnéticos sintéticos mostram que, a amplitude e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson realçam as respostas magnéticas de modo análogo aos filtros clássicos amplitude do sinal analítico e o “tilte-angle”, respectivamente. Porém, tanto a amplitude como a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson

têm a vantagem de serem filtros fracamente sensíveis ao ruído dos dados. Este fato torna a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson do dado uma técnica de filtragem melhor que o “tilt-angle” para o realce uniforme dos limites de corpos rasos e profundos. Teste com dados aeromagnéticos reais da Bacia do Pará-Maranhão mostraram que a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson do dado filtrado com o filtro passa-banda identificou dois grupos principais de lineamentos que não são visíveis nem no dado magnético original nem na filtragem produzida pelo “tilt-angle”. O primeiro grupo de lineamentos com direção EW concorda com a hipótese geológica sobre a continuidade em crosta continental da Zona de Fratura de São Paulo. O segundo grupo de lineamentos com direção SW-NE está localizado em águas mais rasas terminando nas proximidades da linha de charneira da bacia. Estes lineamentos SW-NE foram interpretados como a resposta magnética de diferentes unidades geológicas que se amalgamaram durante a formação do antigo Cráton de São Luís.

É importante ressaltar que, no caso da magnetometria, a filtragem de anomalias 3D (anomalias produzidas por fontes 3D) com sinal monogênico depende da direção do vetor de magnetização (inclinação e declinação magnéticas) dos corpos geológicos. Assim como na amplitude do sinal analítico 3D e no “tilt angle”, a filtragem de anomalias magnéticas 3D com a fase do sinal monogênico só é possível se o dado estiver reduzido corretamente ao polo magnético. Para a interpretação de anomalias magnéticas 2D (anomalias produzidas por fontes 2D como contatos e lineamentos) não foram identificadas restrições no uso da fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson como filtro de realce.

Diferentes aplicações práticas da fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson são viáveis para interpretar outros ambientes geológicos com desafios semelhantes de melhorar as respostas magnéticas de diferentes intensidades tais como as produzidas por fontes superficiais e profundas. Finalmente, destacamos que não há obstáculos metodológicos na aplicação desta abordagem para realçar outros dados tais como a anomalia de gravidade, as componentes do tensor do gradiente de gravidade e as componentes do gradiente magnético.

Referências Bibliográficas

- BLAKELY, R. J., 1995, Potential theory in gravity and magnetic applications: Cambridge University Press.
- COOPER, G. R. J., E D. R. COWAN, 2006, Enhancing potential field data using filters based on the local phase: Computers and Geosciences, **32**, 1585–1591, doi: 10.1016/j.cageo.2006.02.016.
- COOPER, G. R. J., E D. R. COWAN, 2007, Enhancing linear features in image data using horizontal orthogonal gradient ratios: Computers & Geosciences, **33**, 981–984, doi: 10.1016/j.cageo.2006.12.002.
- COOPER, G. R. J., 2014, Reducing the dependence of the analytic signal amplitude of aeromagnetic data on the source vector direction: Geophysics, **79**, no 4, J55–J60, doi: 10.1190/GEO2013-0319.1.
- DONG G.G, E G. Y. KUANG, 2015, Target Recognition in SAR Images via Classification on Riemannian Manifolds: IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, **12**, 199–203, doi: 10.1109/LGRS.2014.2332076.
- FEDI, M., E G. FLORIO, 2001, Detection of potential fields source boundaries by enhanced horizontal derivative method: Geophysical Prospecting, **49**, 40–58, doi: 10.1046/j.1365-2478.2001.00235.x.
- FELSBERG, M., E G. SOMMER, 2001, The monogenic signal: IEEE Transactions on Signal Processing, **49**, 3136–3144, doi: 10.1109/78.969520.
- FELSBERG, M., E G. SOMMER, 2004, The monogenic scale-space: A unifying approach to phase-based image processing in scale-space: Journal of Mathematical Imaging and Vision, **21**, 5-26, doi: 10.1023/B:JMIV.0000026554.79537.35,
- HASSAN, H. H., E S. V. R. YALAMANCHILI, 2013, Monogenic signal decomposition: A new approach to enhance magnetic data: 83rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1206–1210.
- QUIN, S., 1994, An analytic signal approach to the interpretation of total field magnetic anomalies: Geophysical Prospecting, **42**, 665–675.

- HSU, S. K., J.C. SIBUET, E C. T. SHYU, 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique: *Geophysics*, **61**, 373–386, doi: 10.1190/1.1443966.
- LIU, Y. ,2012, Hilbert Transform and Applications, Fourier Transform Applications, Dr Salih Salih (Ed.), ISBN: 978-953-51-0518-3, InTech, Available from: <http://www.intechopen.com/books/fourier-transformapplications/hilbert-transform-and-applications>
- MACLEOD, I. N.,K. JONES, E T. F.DAI, 1993, 3-D analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes: *Exploration Geophysics*, **24**, 679–687.
- MILLER, H. G., E E V. SINGH, 1994, Potential field tilt — A new concept for location of potential field sources: *Journal of Applied Geophysics*, **32**, 213–217, doi: 10.1016/0926-9851(94)90022-1.
- NABIGHIAN, M. N., 1972, The analytical signal of 2D magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation: *Geophysics*, **37**, 507–517, doi: 10.1190/1.1440276.
- NABIGHIAN, M. N., 1984, Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: fundamental relations, *Geophysics*, **49**, 780-786, doi: 10.1190/1.1441706.
- NABIGHIAN, M. N., V. J. S. GRAUCH, R. O. HANSEN, T. R. LAFEHR, Y. LI, J. W. PEIRCE, J. D. PHILLIPS, E M. E. RUDER, 2005, The historical development of the magnetic method in exploration, *Geophysics*, **70**, no 6, 33ND-61ND, doi: 10.1190/1.2133784
- KSCHISCHANG, F. R., 2006, The Hilbert Transform, The Edward S.Rogers Sr. Department of Electrical and Computer Engineering, University of Toronto, 12.
- ROEST, W. R., J. VERHOEF, E M. PILKINGTON, 1992, Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal: *Geophysics*, **57**, 116–125, doi: 10.1190/1.1443174.
- SANTOS, D. F., J. B. C. SILVA, V. C. F. BARBOSA, E L. F. S. BRAGA, 2012, Deeppass — An aeromagnetic data filter to enhance deep features in marginal basins: *Geophysics*, **77**, no. 3, J15–J22, doi: 10.1190/geo2011-0146.1.

- THURSTON, J. B., E R. S. SMITH, 1997, Automated conversion of magnetic data to depth, dip and susceptibility contrast using the SPI(TM) method: *Geophysics*, **62**, 807–813, doi: 10.1190/1.1444190.
- UIEDA, L., V. C. OLIVEIRA JR, E V. C. F. BARBOSA, 2013, Modeling the Earth with Fatiando a Terra: techniques: 12th Python in Science Conference, SCIPY 2013, Proceedings, 90–96.
- VERDUZCO, B., J. D. FAIRHEAD, C. M. GREEN, E C. MACKENZIE, 2004, New insights to magnetic derivatives for structural mapping: *The Leading Edge*, **23**, 116–119, doi: 10.1190/1.1651454.
- WIJNS, C., C. PEREZ, E P. KOWALCZYK, 2005, Theta map: Edge detection in magnetic data: *Geophysics*, **70**, no. 4, L39–L43, doi: 10.1190/1.1988184.
- ZALÁN, P. V., 2011, Fault-related folding in the deep waters of the equatorial margin of Brazil, in K. McClay, J. H. Shaw, and J. Suppe, eds., *Thrust fault-related folding: AAPG Memoir 94*, 335 – 355.
- LI, X., 2006, Understanding 3D analytical signal amplitude, *Geophysics*, **71**, 13-16, doi: 10.1190/1.2184367.
- ZHANG, H. L., D. RAVAT, Y. R. MARANGONI, E X.Y. HU, 2014, NAV-Edge: Edge detection of potential-field sources using normalized anisotropy variance: *Geophysics*, **79**, no. 3, J43–j53, doi: 10.1190/geo2013-0218.1.

Apêndice A

Transformada de Hilbert 1D

A.1 - Transformada de Hilbert

A transformada de Hilbert é um operador linear que transforma uma função em outra sem alterar o seu domínio. Seja $f(x)$ uma função de $R \rightarrow R$, vamos assumir que nestas condições, a transformada de Hilbert da função $f(x)$ é definida pelo operador linear abaixo como (LIU, 2012),

$$H\{f(x)\} = g(x) = \frac{1}{\pi} P.V. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(u)}{u-x} du. \quad (\text{A.1})$$

A integral A.1 é imprópria, tanto pelos seus limites de integração no infinito como pela singularidade no ponto $x = u$. Por este motivo, esta integral é definida pelo valor principal de Cauchy (*P.V.*), que exclui um intervalo finito e simétrico em torno da singularidade (KSCHISCHANG, 2006).

O cálculo da transformada de Hilbert de uma função por duas vezes consecutivas resulta na própria função com o sinal invertido. Isto advém da propriedade da transformada de Hilbert ser o negativo da sua transformada inversa, i.e.,

$$H\{g(x)\} = -f(x). \quad (\text{A.2})$$

A partir das equações A.1 e A.2 é possível deduzir algumas das propriedades da transformada de Hilbert, tais como (KSCHISCHANG, 2006):

- ii) Linearidade: $H\{c_1 f_1(x) + c_2 f_2(x)\} = c_1 H\{f_1(x)\} + c_2 H\{f_2(x)\}$ em que c_1 e c_2 são constantes.
- iii) Dilatação: $H\{f(ax)\} = \text{sgn}(a)H\{ax\}$ em que $a = \text{constante}$ e $\text{sgn}(a) = \begin{cases} 1, a > 0 \\ -1, a < 0 \end{cases}$ é a função sinal de a .
- iv) Convolução (*): $H\{f_1(x) * f_2(x)\} = H\{f_1(x)\} * f_2(x) = f_1(x) * H\{f_2(x)\}$;
- v) Diferenciação: $\frac{d}{dx}H\{f(x)\} = H\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}$ e;
- vi) Invariância em relação a outros operadores: $H\{f(x)\} = \mathcal{F}^{-1}\{H\{\mathcal{F}\{f(x)\}\}\}$; em que $\mathcal{F}\{.\}$ e $\mathcal{F}^{-1}\{.\}$ são, respectivamente, os operadores de transformada de Fourier e a sua transformada inversa.

A equação A.1 pode ser escrita como uma convolução da função $f(x)$ com o núcleo de Hilbert $-\frac{1}{\pi x}$. Para provar esta afirmação, primeiramente, toma-se a expressão da convolução entre duas funções reais $f(x)$ e $h(x)$ dada por

$$f(x) * h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)h(x - u)du \quad (\text{A.3})$$

em que o asterisco (*) é o operador de convolução.

Comparando-se a expressão A.3 com a equação A.1, a transformada de Hilbert da função $f(x) \equiv f$ pode ser escrita como:

$$H(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \frac{1}{u-x} du = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)h(u - x)du = f(x) * h(x),$$

em que,

$$h(x) = -\frac{1}{\pi x}.$$

Finalmente, reescreve-se a transformada de Hilbert como:

$$H\{f(x)\} = g(x) = -\frac{1}{\pi x} * f(x). \quad (\text{A.4})$$

A nova forma da equação A.4 é computacionalmente de maior interesse devido à convolução se tornar uma multiplicação no domínio de Fourier e pela existência de um algoritmo para o cálculo da transformada rápida de Fourier (FFT- “Fast Fourier Transform”).

Fazendo uso da propriedade *vi* é possível reescrever a forma A.4 no domínio de Fourier. Esta operação reduz o número de operações matemáticas e, conseqüentemente, a complexidade do algoritmo. A transformada de Fourier de $h(x) = -\frac{1}{\pi x}$ é dada por,

$$\mathcal{F}\left(-\frac{1}{\pi x}\right) = -i \operatorname{sgn}(w) = \begin{cases} -i, & \text{se } w > 0 \\ 0, & \text{se } w = 0, \\ +i. & \text{se } w < 0 \end{cases}$$

em que $\mathcal{F}(\cdot)$ é o operador da transformada de Fourier e w esta relacionado ao número de onda.

Vamos assumir que as funções $f(x) \equiv f$ e $g(x) \equiv g$ possuam transformada de Fourier denotadas por F e G , respectivamente. Deste modo podemos escrever a equação A.4 no domínio de Fourier fazendo uso da propriedade da convolução como

$$G = \mathcal{F}\left(-\frac{1}{\pi x}\right) \cdot F = -i \operatorname{sgn}(w) \cdot F, \tag{A.5}$$

em que $\mathcal{F}(\cdot)$ é o operador da transformada de Fourier e w esta relacionado ao número de onda.

Desta forma, o cálculo computacional da transformada de Hilbert pode ser feito em dois passos:

- 1) Primeiramente computa-se a transformada rápida de Fourier (FFT) da função de entrada ($\mathcal{F}(f) = F$) e multiplica-se F pela função $-i \cdot \operatorname{sgn}(w)$ (equação A.5);
- 2) Calcula-se a transformada de Hilbert da função $f(x)$ no domínio do espaço através de:

$$g(x) = \mathcal{F}^{-1}(-i \operatorname{sgn}(w) \cdot F) \tag{A.6}$$

em que, F e \mathcal{F}^{-1} são a transformada de Fourier de $f(x)$ e sua transformada inversa respectivamente e w esta relacionado ao número de onda.

A Tabela A.1 abaixo mostra a transformada de Hilbert de algumas funções conhecidas.

$f(x)$	$g(x)$
$k = \text{constante}$	0
e^{ix}	ie^{ix}
$\delta(x)$	$-1/\pi x$
$1/x$	$\pi\delta(x)$
$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$
$\text{cos}(x)$	$-\text{sen}(x)$

Tabela A.1: Tabela de transformadas de Hilbert de algumas funções.

A.2 - Função Analítica

Uma das utilidades da transformada de Hilbert no processamento de sinais advém do fato, da função complexa $C(x)$, definida como

$$C(x) = f(x) + i H\{f(x)\},$$

ser sempre analítica na metade superior do plano complexo (LIU, 2012). Isto é, a função $C(x)$ é sempre diferenciável nesta região. A função $C(x)$ é comumente chamada de sinal analítico e, na geofísica, tem sido utilizada como uma ferramenta de realce.

Escrevendo a função $C(x)$ na sua forma polar $C(x) = Ae^{i\theta}$, podemos decompor o sinal em amplitude,

$$A = \sqrt{f(x)^2 + H^2\{f(x)\}}, \tag{A.7}$$

e fase

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{H\{f(x)\}}{f(x)} \right). \quad (\text{A.8})$$

Note que as equações A.7 e A.8 remetem, respectivamente, à amplitude do sinal analítico e ao “tilt angle” para dados em perfil (fontes bidimensionais).

A amplitude do sinal analítico é chamada de função moduladora de $f(x)$ e possui propriedades importantes quando se deseja obter o envoltório ou sinal de baixa frequência positiva da função de entrada. A Figura A.1 mostra um exemplo da transformada de Hilbert e a amplitude da função analítica, tomando como entrada algumas configurações de funções com amplitudes e frequências variadas.

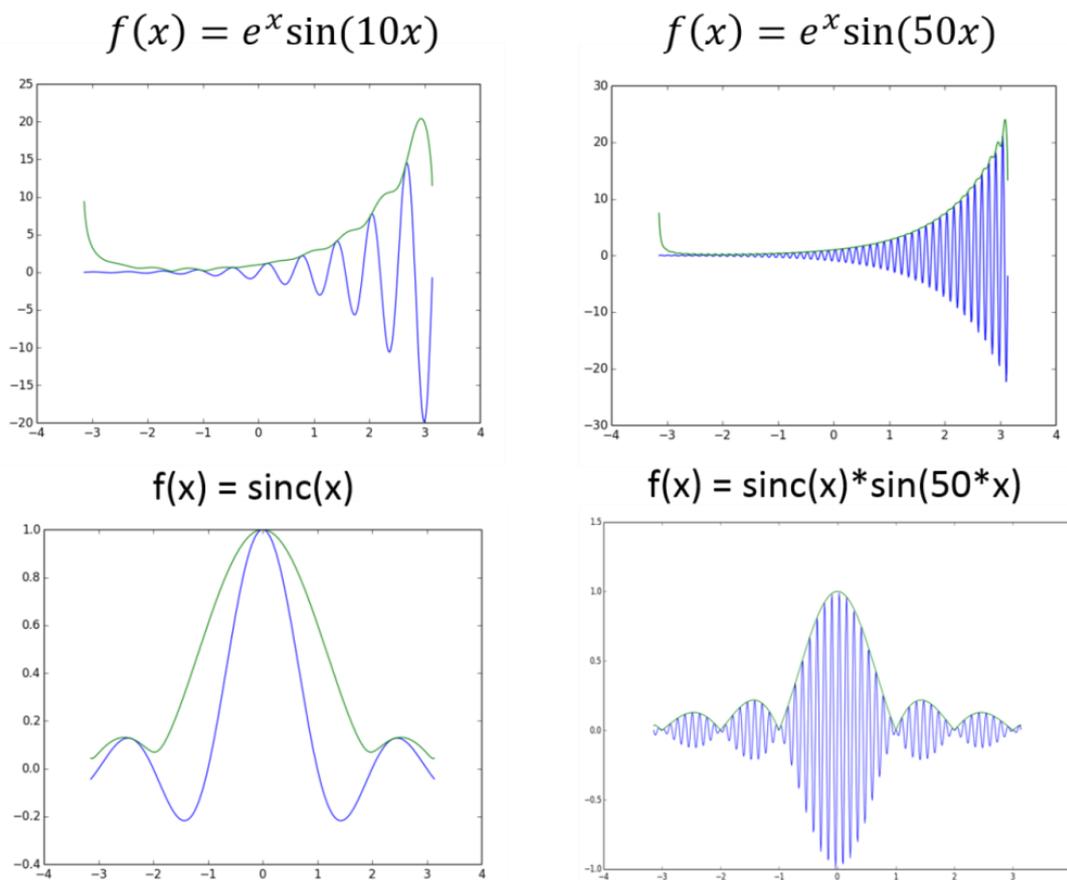


Figura A.1: Função de entrada $f(x)$ (linhas azuis) e a amplitude da sua transformada de Hilbert (linhas verde).

Apêndice B

Implementação das equações 2.17 e 2.22

O algoritmo da transformada de Riesz de primeira ordem no espaço-escala de Poisson para o cálculo da amplitude, orientação e fase foi implementado em linguagem Python 2.7 através do compilador de uso livre Anaconda. As operações foram realizadas no domínio do número de onda e transformadas de volta ao domínio do espaço pela transformada inversa de Fourier.

A biblioteca numpy, integrada no pacote de distribuição do Python Anaconda, possui as operações de FFT mediante o módulo fft. O fluxograma da Figura B.1 resume o algoritmo apresentado a seguir para o cálculo da transformada de Riesz de primeira ordem.

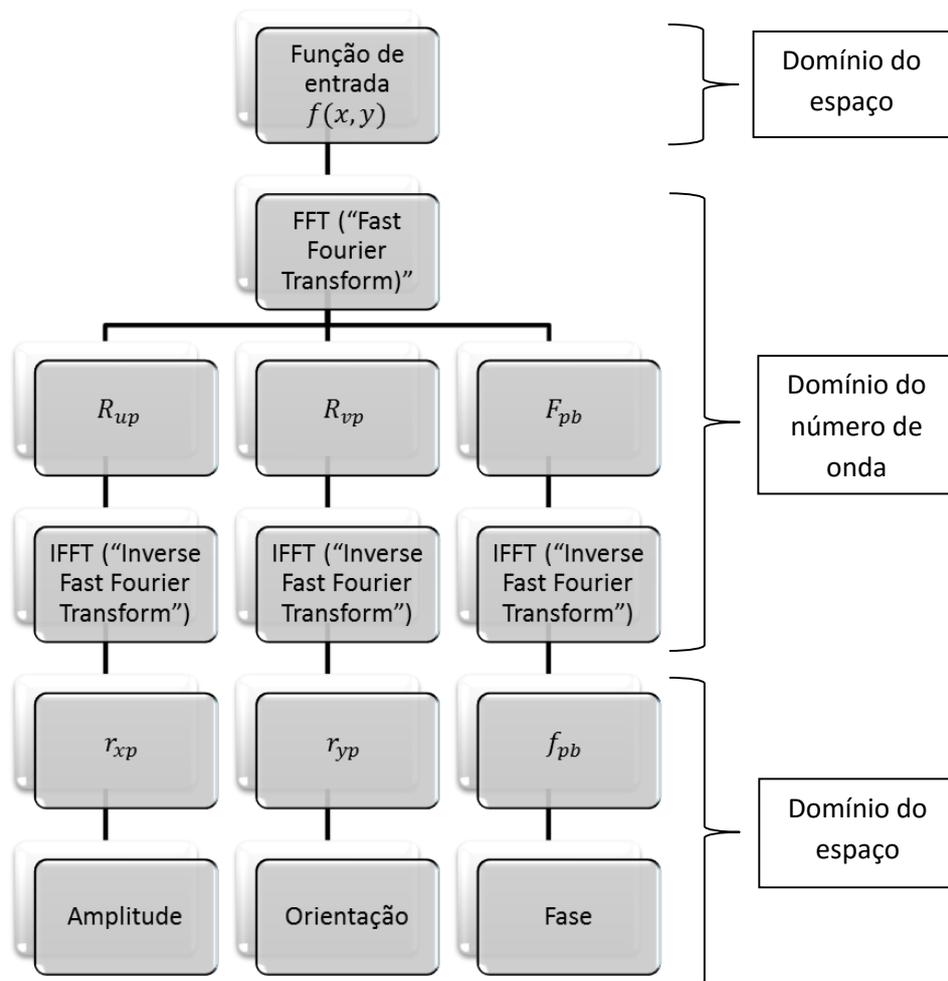


Figura B.1: Fluxograma do algoritmo da transformada de Riesz de primeira ordem para o cálculo da amplitude (equação 2.20), orientação (equação 2.21) e fase (equação 2.22) do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson da função de dados $f(x, y)$ utilizando o filtro passa-banda.

B.1 – Teste numérico da implementação

Neste teste foi gerada uma função matemática sintética,

$$f(x, y) = \frac{5[\cos(\frac{x}{5}) + \sin(\frac{y}{5})]}{e^{\frac{x+y}{50}}}$$

Esta função descreve um padrão de “caixa de ovos”, mas com amplitude atenuada no sentido crescente de x e y . A Figura B.2a mostra esta função em um intervalo $x = y \in$

$[-15, +15]$. Note que é impossível a visualização do padrão “caixa de ovos” no intervalo $x = y \in [+5, +15]$ (Figura B.2a).

A aplicação do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson desta função de entrada (Figura B.2a) utilizando parâmetros de escala $h_c = 0.4$ e $h_f = 0.2$ revela algumas peculiaridades e utilidades da amplitude (equação 2.20) e da fase (equação 2.22). A amplitude do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (Figura B.2b) revela os máximos e mínimos locais da função original, porém, no intervalo $x = y \in [+5, +15]$ notamos um aspecto difuso da amplitude do sinal monogênico dificultando o mapeamento dos máximos e mínimos do sinal original. Isto ocorre em virtude da atenuação do sinal original (Figura B.2a) neste intervalo. Ao contrário, a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson (Figura B.2c) equaliza o sinal original (Figura B.2a) que apresenta diferentes intensidades possibilitando a clara identificação de todos os máximos e mínimos do sinal original.

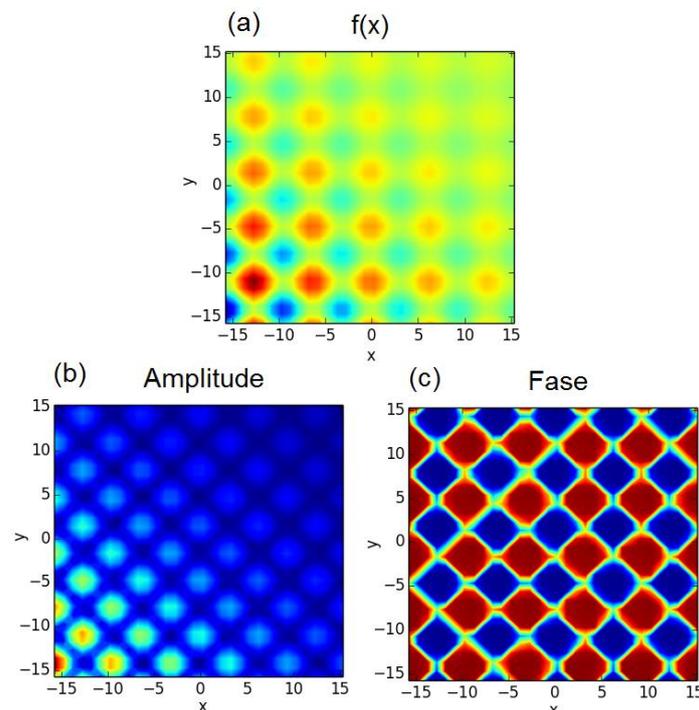


Figura B.2: Função sintética atenuada e a amplitude e a fase do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson com $h_c = 0.4$ e $h_f = 0.2$. (a) função sintética

$$f(x, y) = \frac{5 \left[\cos\left(\frac{x}{5}\right) + \text{sen}\left(\frac{y}{5}\right) \right]}{e^{\frac{x+y}{50}}}, \text{ (b) amplitude (equação 2.20) e (c) fase (equação 2.21).}$$

B.2: Algoritmo para o cálculo do sinal monogênico no espaço-escala de Poisson em Python 2.7.

```
def monogenic (x,y,D2D,c,f,order=1):
    #importing dependences
    import numpy as np
    #Data shape
    cl,rw = np.shape(D2D)
    #Reiz Kernels 1 and 2 order
    kx,ky = calc_freq(x, y, (rw,cl))
    #Filters
    r = np.sqrt(kx**2+ky**2)
    ff = np.exp(-2.*np.pi*r*f)
    cc = np.exp(-2.*np.pi*r*c)
    #Data FFT
    FD2D = np.fft.fft2(D2D)
    #Kernels 1 order - FFT
    HX = 1j*(kx/r)*(ff-cc)
    HY = 1j*(ky/r)*(ff-cc)
    HX[r==0] = 0.
    HY[r==0] = 0.
    #Riesz Components in the space domain
    p = np.real(np.fft.ifft2((ff-cc)*FD2D))
    fx = np.real(np.fft.ifft2(HX*FD2D))
    fy = np.real(np.fft.ifft2(HY*FD2D))
    #Local amplitude, phase and orientation
    amp = np.sqrt(fx**2+fy**2+p**2)
    hz = np.sqrt(fx**2+fy**2)
    theta = np.arctan2(fy,fx)
    phase = np.arctan(hz/p)
    return amp,phase,theta
```